10 వ తరగతి

Mathematics(గణితం)

తెలుగు మీడియం

స్టడీ మెటీరియల్

ఈ మెటీరియల్ పూర్తిగా digital రూపంలో ఉపయోగించుకోవచ్చు. ప్రతి concept ఎదురుగా blue colourలో లింక్ ఉన్నది. దానిపై click చేసిన సమస్యల సాధన కు video వచ్చును. లేదా

Printed study material అయితే QR code ను Google lens App scan చేసిన youtube link వచ్చును. దానిని click చేసిన video open అగును. కావున విద్యార్థులు ఉపయోగించుకోగలరు.

అలాగే నా యొక్క Youtube channel SUBSCRIBE చేసుకొని ప్రక్కన ఉన్న bell press చేయగలరు. Material pdf files లేదా images ను నా యొక్క Website లేదా blog లో ఉంచబడును.

10 వ తరగతి గణితం ssc syllabus and exam pattern telugu and english medium తెలుగు మీడియం Telangana (old)	TS SSC Maths(గణితం) Exam New pattern నూతన పరీక్ష విధానం 10 వ తరగతి గణితం (2020 – 21)
https://youtu.be/SlhvVmeKZ38	https://youtu.be/4_5kaHBGJfl

My website	https://www.satveeracademy.com
Follow my blog	*http://www.rajumaths.blogspot.com*
My youtube channel	https://www.youtube.com/c/ Naiki Raju e larning Academy/
My telegram link (SSC)	https://t.me/satveeracademy_SSC
MY Telegram Link (IIT foundation)	https://t.me/satveeracademy_IIT_Maths
My Telegram Link (Class 9)	https://t.me/Satveeracademy_Class9
Follow my face book page	https://www.facebook.com/naiki.raju.academy/

మోక్షిత పబ్లికేషన్స్

Written by

N. RAJU M.Sc. B.Ed

S.A. MATHEMATICS

Dist : Mahabub Nagar

Telangana

Mobile no 9493206950

	syllabus	*Page no*
1	వాస్తవ సంఖ్యలు	1 – 16
2	సమితులు	17 – 26
3	బహుపదులు	2733
4	రెండు చరరాశులలో రేఖీయసమీకరణాల జత	34 – 36
5	వర్గ సమీకరణాలు	37 – 39
6	శ్రేఢులు	40 – 46
7	నిరూపక జ్యామితి	47 – 54
8	సరూప త్రిభుజాలు	55 – 57
9	వృత్తానికి స్పర్శ రేఖలు మరియు ఛేదనరేఖలు	58 – 59
10	క్షేత్రమితి	60 – 63
11	త్రికోణమితి	64 – 71
12	త్రికోణమితి అనువర్తనాలు	72 – 76
13	సంభావ్యత	77 – 83
14	సాంఖ్యక శాస్త్రం	84 – 102

IIT – 2025

IIT Foundation Basic Concepts – 2023

English medium
తెలుగు మీడియం

Mathematics (గణితం)

Class: 6 – 10

Follow below my website, youtube channel, my blog

My Website: Satveeracademy.com

My youtube Channel : Naiki Raju e learning Academy

My Blog : Rajumaths.blogspot.com

నూతన జాతీయ విద్య విధానంలో మాతృ భాషకు అధిక ప్రాధాన్యం ఇచ్చారు.
ఇంతవరకు హైయర్ ఏడ్యుకేషన్ ఆంగ్ల భాషలో మాత్రమే బోధన జరిగేది. కాని ఇప్పుడు మాతృభాషలో కూడా బోధన జరుగుతుంది.
అలాగే *IIT – 2021* నుండి *IIT – Entrance Exam* కూడా తెలుగులో కూడా నిర్వహిస్తున్నారు. కావున ప్రభుత్వ పాఠశాలలో చదివే విద్యార్థుల కొరకు తెలుగు మరియు ఆంగ్లం లో (*Bilingual*) *IIT foundation mathematics* తరగతి **6** నుండి **10** వ తరగతి విద్యార్థుల కొరకు *videos Mathematics concepts topic wise* నా *youtube channel* నందు మరియు , *work sheets* , *Material pdf files* లేదా *images* ను నా యొక్క *Website* లేదా *blog* లో ఉంచబడును.
రాబోయే **3** సంవత్సరాల కాలంలో (**2023** సం వరకు)సుమారు **200** *concepts* , **500** *videos*, **4, 000** సమస్యలు, **100** *Online Exams* & **10** *magazines* రూపొందించి విద్యార్థులకు నేర్పడం ద్వారా వారికి గణితం పట్ల అభిరుచి ఏర్పర్చాలనే లక్ష్యంతో ప్రయత్నం మొదలు పెట్టడం జరిగింది.
దీని కొరకు నేను తయారు చేసిన *study material* లేదా సేకరించిన *study material* అందరికి అందుబాటులో ఉంచుటకు *satveeracademy.com* అనే *website* కూడా నిర్వహిస్తున్నాను.
ఇక్కడ నుండి మెటీరియల్ ఉచితంగా *download* చేసుకోండి. మరియు మీ విద్యార్థులకు , స్నేహితులకు *share* చేయండి.

click below link join my group	
MY Telegram Link (IIT foundation)	https://t.me/satveeracademy_IIT_Maths

గణితం ప్రాముఖ్యత

- గణితం అనేది ఒక సబ్జెక్ట్ గా మాత్రం చూడకండి . ఇది మన నిజ జీవితంలో చాలా విషయాలలో అవసరం అవుతుంది .
- గణితం వ్యక్తి యొక్క జీవితాన్ని క్రమబద్ధంగా చేస్తుంది .
- గణితశాస్త్రం ద్వారా పెంపొందించే కొన్ని లక్షణాలు తార్కిక శక్తి , సృజనాత్మకత , సమస్య పరిష్కార సామర్థ్యం ,
- విమర్శనాత్మక ఆలోచన .
- ఏ వృత్తిని నిర్వహించాలన్నా లేదా ఏ పనిని చేయాలన్నా గణితశాస్త్ర పరిజ్ఞానం ఎంతో అవసరమౌతుంది.గణితశాస్త్ర పరిజ్ఞానం లేనిదే ఏ వృత్తి కాని ఏ విభాగం కానీ సంపూర్ణం కాలేవు.
- దీని గురించి తెలుసుకోవడానికి కొంత సమయం పాటు ఈ ప్రపంచంలో గణితం లేదని ఊహించుకొని చూద్దాం !
- గడియారం లేదా కాలెండర్ లేని మీ జీవితాన్ని ఊహించుకోండి. ఈ రెండూ గణితానికి ప్రాథమికమైన, ముఖ్యమైన సంఖ్యల పై ఆధారపడ్డాయి. రోజులో ఎంత సమయమైందని నీవు ఎలా తెలుసుకొంటావు? కాలెండర్ సహాయం లేకుండా నీ పుట్టిన రోజుని నీవు జరుపుగోగలవా ?
- నీవు కొన్ని వస్తువులను కొనడానికి ఒక దుకాణానికి వెళ్ళావు , ఇప్పుడు గణితం లేదనేది గుర్తుంచుకో, కావున డబ్బంటే ఏమిటో తెలియదు , కొలత అంటే ఏమిటో తెలియదు. అపుడేమి చేస్తావు ?
- నాడిని పరీక్షించే వైద్యుడైనా , భూమి పై ఎన్ని రకాలు, జీవజాతులున్నాయని అంచనా వేసే జంతుశాస్త్రవేత్త కైనా లెక్కించడం అంటే ఏమిటో తెలియాలి .
- గణితశాస్త్ర పరిజ్ఞానం లేకుండా ఇంజనీర్ (యంత్ర నిర్మాత) కూడా వంతెనలని నిర్మించలేడు.
- ఎంత పరిమాణంలో వివిధ రకాల రసాయనాలను కలపాలో తెలుసుకోలేకపోతే ఒక రసాయనవేత్త కూడా ఒక మందుని తయారు చేయలేడు.
- ఈ గణితం లేకుండా ఈ ప్రపంచంలో వ్యాపారం లేదా మార్కెట్ లేవు ఎందుకంటే ఇవన్నీ డబ్బు పై ఆధారపడినవి.
- అలాగే ఏ దేశ అభివృద్ధి అయినా ఎక్కువగా ఆ దేశ ఆర్థిక ప్రగతి పై మాత్రమే ఆధారపడ్డాయి, కావున ఇది కూడా ఒక సమస్య అవుతుంది.
- గణితం లేకుండా సాంకేతిక పరిజ్ఞానంలో పురోగతి ఉండదు , ఎందుకంటే ఈ సాంకేతిక పరిజ్ఞానం ప్రత్యక్షంగానో, పరోక్షంగానో గణితంపై ఆధారపడి ఉంది. మనం ఈ సాంకేతిక పరిజ్ఞానంపై ఎంతగానో ఆధారపడ్డాం అంటే ,దీని ఆధారంగా నిర్మించిన కంప్యూటర్, సెల్ ఫోన్ లేదా టెలివిసన్, లేని జీవితాన్ని ఊహించలేము.
- అలాగే విద్యుత్ లేకుండా మన జీవనాన్ని కొనసాగించలేము. విద్యుత్ కేంద్రాలలో జనింపచేసే విద్యుత్ కూడా గణితంతో సంబంధించినదే.
- గణితమంటే ఎంతో భయమున్నా నిత్యజీవితంలోని దీని విస్తృత ఉపయోగం వలన దీనిని ఉపయోగించవలసినదే. నిజానికి గణితమే లేకుంటే మన జీవితాలు చాలా సంక్లిష్టంగా ఉండేవేమో !
- గణితశాస్త్ర ప్రాముఖ్యత తెలిసి కూడా చాలా మంది దీనిని గురించి తెలుసుకొనేందుకు , అవగాహన చేసుకునేందుకు అయిష్టత చూపిస్తారు. గణితంలో ప్రాథమిక భావనలపై పట్టు ఉంటే గణితమన్నది అసలు కష్టమే కాదు.
- నిజానికి గణితం అందరూ ఊహిస్తున్నట్లు సంక్లిష్టమైనది కాదు , వారి దృక్పథమే ఈ విధంగా చేస్తున్నది.
- మీకు ప్రాథమిక పాఠశాలలో కూడికలను, తీసివేతలను, గుణకారాలను, భాగాహారాలను బోధించారు. అప్పటి నుండి నీవు ఇతర భావనలను అభ్యసించ డానికి వీటిని ఉపయోగిస్తున్నావు.
- ఈ ప్రాథమిక భావనలను ఉపయోగించకుండా సరళ వడ్డీ , శాతాలు వైశాల్యం, పరిమాణం, బీజగణితం మరియు త్రికోణమితి లేదా ఇంకేవైనా సమస్యలను పరిష్కరించ గలవా ?
- గణితం లోని మిగిలిన ఇతర భావనలన్నీ ఈ ప్రాథమిక భావనలపై ఆధారంగా ఏర్పడినవే . ఈ ప్రాథమిక భావనలను సరిగా అవగాహన చేసుకోలేకపోతే మనం కొత్తగా బోధించే భావనలకు ఈ భావనలను అనువర్తించడంలో విఫలమౌతాము.
- గణితం పట్ల భయంతో గణితం అంటేనే తీసి ప్రక్కకు పెట్టి 10 వ తరగతి ఉత్తీర్ణత అయిన తరువాత గణితం లేని గ్రూపు తీసుకుంటున్నారు.
- గణితం తో కూడిన గ్రూప్స్ చాలా వరకు మరియు అత్యధిక ఉద్యోగాలు ప్రభుత్వం మరియు ప్రవేట్ రంగాలలో వాటికి నిర్వహించే పరీక్షలలో గణితం సంబంధిత ప్రశ్నలు ఎక్కువ భాగం ఉండును.
- అలాగే కొన్ని కోర్సులలో గణితం సబ్జెక్టు అవసరం లేనప్పటికి ఆ కోర్సు ప్రవేశ పరీక్షలో మాత్రం గణితం అవసరం అగును.
- మీరు గణితం రాక వేరే గ్రూపు తీసుకోవడం కాకుండా వేరే గ్రూపు పట్ల ఇష్టం తో తీసుకోవాలి
- మీరు నేర్చుకోగలిగితే మీ తరువాత తరం కు మీరు నేర్పగలరు .
- మీకు గణితం నేర్పుటకు ప్రభుత్వం వివిధ కార్యక్రమాలు (3R's మరియు **ABC**) నిర్వహిస్తుంది .
- అలాగే మీకు భోధించే ఉపాధ్యాయులు ప్రయత్నిస్తున్నారు . కాని మీ ప్రయత్నం లేకుండా మీరు నేర్చుకోలేరు .
- కాబట్టి మీరు గణితం పట్ల ముందుగా భయం వీడి ఇష్టం పెంచుకుంటే నేటి కాలంలో మీరు సొంతంగా నేర్చుకునే అవకాశం చాలా ఉంది .
    - గణితం నేర్చుకోవడం ఎటువంటి కష్టం కాదు అని అనుకుంటూ విద్యార్థులు అందరూ కూడా ఇష్ఠంతో గణితం నేర్చుకోని అందరూ ఉత్తీర్ణత సాధించుటకు నా వంతుగా ఇది ఒక చిన్న ప్రయత్నం.

<u>ధన్యవాదములు</u>

N. RAJU **M.Sc. B.Ed**
S. A. MATHEMATICS

గణితంలో చతుర్విధ పరిక్రియలు ముఖ్యమైనవి . వీటికి సంబంధించి work book pdf రూపంలో blog మరియు website నందు ఉంచడం జరిగింది. గణితం సులభంగా, వేగంగా చేయుటకు వేదగణితం (**Vedic maths**) కు సంబంధించిన సూత్రాలు, అభ్యాసం కొరకు సమస్యలు , వివిధ పోటీ పరీక్షలకు సంబంధించిన సమస్యలు సాధనలు , బీజగణితం సూత్రాల జ్యామితీయ నిరూపణలు , **Maths TLM** తయారీ సంబంధించిన Videos , గణితంలో చాప్టర్ వారిగా నిర్వచనాలు మరియు **video** ను QR Code గా మార్చి పుస్తకం రూపంలో తేవడం జరుగుతుంది.

6 వ తరగతి నుండి 10 వ తరగతి విద్యార్థులకు వివిధ రకాల *Exams* లో వేగంగా *simplification* చేయుటకు *NMMS*, *NTSE*, *Maths Olympiads* కు ప్రిపేర్ అయ్యే విద్యార్థులకు

TET , *DSC* (*mathematics*), *TRT* ప్రిపేర్ అయ్యే వారికి మరియు *Police Constable* , *SI*, *Navy*, *RRB*, *Bank Exams* ప్రిపేర్ అయ్యే వారికి కూడా ఈ మెటిరీయల్ ఉపయోగపడే విధంగా రూపోదించండం జరుగుతుంది.

click beside link join my group	**https://t.me/satveeracademy_competative_exams**

1. వాస్తవ సంఖ్యలు

వాస్తవ సంఖ్యల పరిచయం

కవల ప్రధాన సంఖ్యలు

పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు

యూక్లిడ్ రేఖాగణిత పితామహుడు .

అలెగ్జాండ్రియాకు చెందిన యూక్లిడ్ ఎలిమెంట్స్ పేరుతో 13 పుస్తకాలను రాసాడు

యూక్లిడ్ పుస్తకాల సంకలనంలోని 7 వ పుస్తకంలో మొదటి సారిగా యూక్లిడ్ భాగాహార న్యాయం నమోదు చేశాడు

యూక్లిడ్ భాగాహార న్యాయం:-

$a = bq + r, 0 \leq r < b$ అయ్యే విధంగా a మరియు b ల జతకు అనుగుణంగా q మరియు rలు ఏకైక పూర్ణ సంఖ్యలు వ్యవస్థితం అవుతాయి

యూక్లిడ్ భాగాహార న్యాయం ఉపయోగించి రెండు ధన పూర్ణ సంఖ్యల గ. సా. భా కనుగొనవచ్చును

గరిష్ఠ సామాన్య భాజకం : గ. సా. భా , గ. సా.కా :- రెండు కానీ అంతకంటే ఎక్కువ గాని సంఖ్యల సామాన్య కారణాంకాలలో మిక్కిలి పెద్ద దానిని గరిష్ఠ సామాన్య భాజకం లేదా గరిష్ఠ సామాన్య కారణాంకం అంటారు.

ఉదా 4 మరియు 10 న గ. సా భా కనుక్కోండి

4 యొక్క కారణాంకాలు 1, 2, 4; 10 యొక్క కారణాంకాలు 1, 2, 5, 10

4 మరియు 10 ల యొక్క సామాన్య కారణాంకాలు 1, 2

4 మరియు 10 ల యొక్క సామాన్య కారణాంకాలలో పెద్దది 2

4 మరియు 10 న గ. సా భా =2

యూక్లిడ్ భాగాహార న్యాయం ద్వారా 60 మరియు 100 ల గ. సా భా కనుక్కోం

https://youtu.be/bAszRUZCfJA

సాధన :- 100 > 60

$a = 100, b = 60$

యూక్లిడ్ భాగాహార న్యాయం వర్తింపజేయగా

$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b$

$100 = 60 \times 1 + 40 \quad r \neq 0$

$60 = 40 \times 1 + 20 \quad r \neq 0$

$40 = 20 \times 2 + 0 \quad r = 0$

శేషం 0 వచ్చినది

∴ కావున 100 మరియు 60 ల గ సా భా 20

60	100 −60 = 40	1	
40	60 −40 = 20	1	
20	40 −40 = 0	2	

1. యూక్లిడ్ భాగాహార న్యాయం ద్వారా 50 మరియు 70 ల గ. సా భా కనుక్కోండి

సాధన :- 70 > 50

యూక్లిడ్ భాగాహార న్యాయం వర్తింపజేయగా

$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b$

$70 = 50 \times 1 + 20 \quad r \neq 0$

$50 = 20 \times 2 + 10 \quad r \neq 0$

$20 = 10 \times 2 + 0 \quad r = 0$

శేషం 0 వచ్చినది

∴ కావున 50 మరియు 70 ల గ సా భా 10

50	70 −50 = 20	1	
20	50 −40 = 10	2	
10	20 −20 = 0	2	

scan QR code with Google lens app / click blue color link open video / subscribe my channel

2. యూక్లిడ్ భాగాహార న్యాయం ద్వారా 550 మరియు 300 ల గ. సా భా కనుక్కోండి

సాధన :- 550 > 300 కావున

550 ను 300 చే భాగించగా వచ్చు శేషం 250

యూక్లిడ్ భాగాహార న్యాయం వర్తింపజేయగా

$a = bq + r, \quad 0 \leq r < b$

$550 = 300 \times 1 + 250 \quad r \neq 0$

$300 = 250 \times 1 + 50 \quad r \neq 0$

$250 = 50 \times 5 + 0 \quad r = 0$

శేషం 0 వచ్చినది

∴ కావున 550 మరియు 300 ల గ సా భా 50

550	550 −300 = 250	1	
250	300 −250 = 50	1	
50	250 −250 = 0	5	

యూక్లిడ్ భాగాహార న్యాయం ద్వారా **1860** మరియు **2020** గ.సా.భా. కనుగొనుము

యూక్లిడ్ భాగహార న్యాయం ద్వారా **196** మరియు **38220** గ.సా.భా. కనుగొనుము

1. 2 మరియు **0. 12** ల గ. సా . భా మీరు కనుగొనగలరా ? మీ జవాబును సమర్థించండి

యూక్లిడ్ భాగహార న్యాయం ఉపయోగించి ధన పూర్ణ సంఖ్యలకు మాత్రమే గ. సా. భా కనుగొనగలము

కావున **0. 12** మరియు **1. 2** ల గ. సా . భా ను యూక్లిడ్ భాగహార న్యాయం ఉపయోగించి కనుగొనలేము .

భిన్నాలకు మరియు దశాంశాలకు కూడా క. సా. గు మరియు గ. సా. భా కనుగొనగల

మొదట దశాంశాలను భిన్నాల రూపంలోకి మార్చుకోవాలేను

$$1.2 = \frac{12}{10} \qquad 0.12 = \frac{12}{100}$$

$$\text{భిన్నాల గ.సా.భా} = \frac{\text{లవల గ.సా.భా}}{\text{హారాల క.సా.గు}}$$

$$1.2 \text{ మరియు } 0.12 \text{ గ.సా.భా} = \frac{12 \text{ మరియు } 12 \text{ ల గ.సా.భా}}{10 \text{ మరియు } 100 \text{ ల క.సా.గు}}$$

$$= \frac{12}{100} = 0.12$$

ఉదా 1: − q ఏదైనా ఒక ధనపూర్ణ సంఖ్య అయినప్పుడు ప్రతి ధన సరి పూర్ణసంఖ్య $2q$రూపంలో మరియు ప్రతి ధన బేసి పూర్ణసంఖ్య $2q + 1$రూపంలో ఉంటుందని చూపుము.

https://youtu.be/MZO7PoLf3MM

Sol: − a ఏదైనా ఒక ధనపూర్ణ సంఖ్య $b = 2$ అనుకొనిన

యూక్లిడ్ భాగాహార శేష విధిని అనుసరించి $a = 2q + r$, q ఏదైనా ఒక పూర్ణసంఖ్య $0 \leq r < 2$

∴ శేషం $= r = 0, 1$

$r = 0$ అయిన $a = 2q$

$r = 1$ అయిన $a = 2q + 1$

aఅనేది $2q$ రూపంలో ఉంటే అది సరిపూర్ణ సంఖ్య అవుతుంది

ఏదైనా ధనపూర్ణ సంఖ్య సరి లేదా బేసి సంఖ్య అవుతుంది .

a అనేది సరిపూర్ణ సంఖ్య కాని యెడల

అది బేసి పూర్ణ సంఖ్య అయ్యే అవకాశం ఉంటుంది.

మరియు అది $2q + 1$ రూపంలో ఉంటుంది.

1, 2, 3 problem

satveeracademy.com

q ఏదైనా ధన పూర్ణ సంఖ్య అయినప్పుడు ప్రతి ధన బేసి పూర్ణ సంఖ్య $4q+1$ లేదా $4q+3$ రూపం లో ఉంటుందని చూపండి

https://youtu.be/MZO7PoLf3MM

$sol:-$ a ఏదైనా ధన పూర్ణ సంఖ్య $b=4$ అనుకోనిన యూక్లిడ్ భాగాహార న్యాయం ప్రకారం

$a=4q+r$ q ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య $0 \le r < 4$

$\therefore$ శేషం $= r = 0, 1, 2, 3$

$r=0$ అయిన $a=4q=2(2q)$ ఇది 2 చే భాగించబడును, కావున $4q$ సరి సంఖ్య

$r=1$ అయిన $a=4q+1$ ఇది 2 చే భాగించబడదు, కావున $4q+1$ బేసి సంఖ్య

$r=2$ అయిన $a=4q+2=2(2q+1)$ ఇది 2 చే భాగించబడును, కావున $4q+2$ సరి సంఖ్య

$r=3$ అయిన $a=4q+3$ ఇది 2 చే భాగించబడదు కావున $4q+3$ బేసి సంఖ్య

rప్రతి ధన బేసి పూర్ణ సంఖ్య $4q+1$ లేదా $4q+3$ రూపంలో ఉండును

q ఏదైనా ధన పూర్ణ సంఖ్య అయినప్పుడు ప్రతి ధన బేసి పూర్ణ సంఖ్య $6q+1$ లేదా $6q+3$ లేదా $6q+5$ రూపం లో ఉంటుందని చూపండి

$sol:-$ a ఏదైనా ధన పూర్ణ సంఖ్య $b=6$ అనుకోనిన యూక్లిడ్ భాగాహార న్యాయం ప్రకారం

$a=6q+r$ q ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య $0 \le r < 6$

$\therefore$ శేషం $= r = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

$r=0$ అయిన $a=6q=3(2q)$ ఇది 2 చే భాగించబడును, కావున $6q$ సరి సంఖ్య

$r=1$ అయిన $a=6q+1$ ఇది 2 చే భాగించబడదు, కావున $6q+1$ బేసి సంఖ్య

$r=2$ అయిన $a=6q+2=2(3q+1)$ ఇది 2 చే భాగించబడును, కావున $6q+2$ సరి సంఖ్య

$r=3$ అయిన $a=6q+3$ ఇది 2 చే భాగించబడదు కావున $6q+3$ బేసి సంఖ్య

$r=4$ అయిన $a=6q+4=2(3q+2)$ ఇది 2 చే భాగించబడును, కావున $6q+4$ సరి సంఖ్య

$r=5$ అయిన $a=6q+5$ ఇది 2 చే భాగించబడదు, కావున $6q+5$ బేసి సంఖ్య

ప్రతి ధన బేసి పూర్ణ సంఖ్య $6q+1$ లేదా $6q+3$ లేదా $6q+5$ రూపంలో ఉండును

4) ఏదైనా ధన పూర్ణ సంఖ్య యొక్క వర్గం $3p$ లేదా $3p+1$ రూపం లో ఉంటుందని చూపండి

https://youtu.be/yR1AlM9T0js

a ఏదైనా ధన పూర్ణ సంఖ్య $b=3$ అనుకోనిన

యూక్లిడ్ భాగాహార న్యాయం ప్రకారం $a=3q+r$ $0 \le r < 3$

$\therefore r = 0, 1, 2$

ధన పూర్ణ సంఖ్య వర్గం 3p లేదా 3p+1

$r=0$	$r=1$	$r=2$
$a=3q$	$a=3q+1$	$a=3q+2$
ఇరువైపులావర్గం చేయగా	ఇరువైపులావర్గం చేయగా	ఇరువైపులావర్గం చేయగా
$a^2=(3q)^2$	$a^2=(3q+1)^2$	$a^2=(3q+2)^2$
$a^2=9q^2$	$a^2=9q^2+6q+1$	$a^2=9q^2+12q+4$
$a^2=3(3q^2)$	$a^2=3(3q^2+2q)+1$	$a^2=3(3q^2+4q+1)+1$
$a^2=3p$ ($\because p$ ఒక పూర్ణ సంఖ్య)	$a^2=3p+1$ ($\because p$ ఒక పూర్ణ సంఖ్య))	$a^2=3p+1$ ($\because p$ ఒక పూర్ణ సంఖ్య)

$\therefore$ ఏదైనా ధన పూర్ణ సంఖ్య యొక్క వర్గం $3p$ లేదా $3p+1$రూపం లో ఉండును.

problems 4, 5 videos QR code
scan with QR scanner and open in youtube

ఏదైనా ధన పూర్ణ సంఖ్య యొక్క ఘనం $9m$ లేదా $9m+1$ లేదా $9m+8$ రూపం లో ఉంటుందని చూపండి

$sol:-$ a ఏదైనా ధన పూర్ణ సంఖ్య $b=3$ అనుకోనిన

యూక్లిడ్ భాగాహార న్యాయం ప్రకారం $a=3q+r$ $0 \le r < 3$

$\therefore r = 0, 1, 2$

పూర్ణ సంఖ్య యొక్క ఘనం 9m లేదా 9m+1 9m

$r=0$	$r=1$	$r=2$
$a=3q$	$a=3q+1$	$a=3q+2$
ఇరువైపుల ఘనం చేయగా	ఇరువైపుల ఘనం చేయగా	ఇరువైపుల ఘనం చేయగా
$a^3=(3q)^3$	$a^3=(3q+1)^3$	$a^3=(3q+2)^3$
$a^3=27q^3$	$a^3=27q^3+27q^2+9q+1$	$a^3=9q^3+54q^2+18q+8$
$a^3=9(3q^3)$	$a^3=9(3q^3+3q+q)+1$	$a^2=9(q^3+6q^2+2q)+8$
$a^3=9m$($\because m$ ఒక పూర్ణ సంఖ్య)	$a^2=9m+1$ ($\because m$ ఒక పూర్ణ సంఖ్య)	$a^2=9m+8$ ($\because m$ ఒక పూర్ణ సంఖ్య)

$\therefore$ ఏదైనా ధన పూర్ణ సంఖ్య యొక్క ఘనం $9m$ లేదా $9m+1$ లేదా $9m+8$ రూపం లోఉండును

x మరియు y లు రెండు బేసి ధన పూర్ణ సంఖ్యలు అయిన x^2+y^2అనేది 4చే భాగించాబడదని చూపండి

సాధన :- x మరియు y లు రెండు బేసి ధన పూర్ణ సంఖ్యలు అయిన

$x=2m+1$, m ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య

$y=2n+1$, n ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య

$x^2+y^2=(2m+1)^2+(2n+1)^2$

$=4m^2+4m+1+4n^2+4n+1$

$=4m^2+4n^2+4m+4n+2$

$x^2+y^2=4(m^2+n^2+m+n)+2$

$x^2+y^2=4q+2$ ($\because q$ ఏదైనా పూర్ణ సంఖ్య)

కావున x^2+y^2 కు 4 అనేది కారణాంకం కాదు

కావున 4 చే భాగించబడదు

n ఏదైనా బేసి పూర్ణ సంఖ్య అయిన n^2-1 అనేది 8 చే భాగించబడునని చూపండి

సాధన :- n ఏదైనా బేసి పూర్ణ సంఖ్య అనుకోనిన

$n=2q+1$

ఇరువైపుల వర్గం చేయగా

$n^2=(2q+1)^2$

$n^2=4q^2+4q+1$

$n^2=4q(q+1)+1$

$n^2-1=4q(q+1)$

q మరియు $q+1$ లు రెండు వరుస ధన పూర్ణ సంఖ్యలు

వాటి లబ్ధం 0 లేదా సరి సంఖ్య అగును

$q(q+1)$ అనేది 0 లేదా సరి సంఖ్య అవుతుంది

సరి సంఖ్య రూపం $=2m, m \in W$

$n^2-1=4(2m)=8m$

n^2-1 అనేది 8 చే భాగించబడును.

Only understanting
not for Exams

ఉదా : $1 \times 2 = 2$

$2 \times 3 = 6$

$4 \times 5 = 20$

రెండు వరుస ధన పూర్ణ సంఖ్యల లబ్ధం సరి సంఖ్య అయినది

ఒకవేళ ఒకటి పూర్ణాంకం సున్నా

ఉన్న లబ్ధం సున్నా కూడా అగును

satveeracademy.com

m ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య అయిన రెండు బేసి పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం $2m$ రూపంలో ఉంటుందని చూపండి	ఏదైనా బేసి పూర్ణ సంఖ్య యొక్క వర్గం $4q+1$ అని చూపండి
x మరియు y లు రెండు బేసి పూర్ణ సంఖ్యలు అనుకుందాం బేసి పూర్ణ సంఖ్య రూపం $x = 2p+1$, p ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య $y = 2q+1$, q ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య $x + y = 2p + 1 + 2q + 1$ $= 2p + 2q + 2$ $= 2(p + q + 1)$ $(p+q+1)$ కూడా ఒక ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య కావున $x + y = 2m$, m ఒక ధన పూర్ణ సంఖ్య ∴ రెండు బేసి పూర్ణ సంఖ్యల మొత్తం $2m$ రూపంలో ఉండును	బేసి పూర్ణ సంఖ్య రూపం $= 2m+1$, $m \in W$ $(2m+1)^2 = 4m^2 + 4m + 1$ $= 4(m^2+m) + 1$ $m^2 + m$ కూడా ఒక పూర్ణ సంఖ్య కావున $m^2 + m = q$ అనుకుందాం q ఒక పూర్ణ సంఖ్య $(2m+1)^2 = 4q+1$

అంకగణిత ప్రాథమిక సిద్ధాంతము

ప్రతి సంయుక్త సంఖ్యను ప్రధాన కారణాంకముల లబ్ధంగా రాయవచ్చును మరియు ప్రధాన కారణాంకముల క్రమం ఏదైనప్పటికి ఈ కారణాంకాల లబ్ధం ఏకైకం

https://youtu.be/s9BH27T2enw

https://youtu.be/UPiWHVXHIKA

24 ను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా రాయడం $24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$	2 | 24 2 | 12 2 | 6 3
21252 ను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా రాయడం $21252 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 11 \times 23$	2 | 21252 2 | 10626 3 | 5313 7 | 1771 11 | 253 23
27300 ను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా రాయడం $27300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 13$	2 | 27300 2 | 13650 5 | 6825 5 | 1365 3 | 273 7 | 91 13

ప్రధాన కారణాంక పద్ధతిన క. సా. గు మరియు గ. సా భా

ex4: – 12 మరియు 18 లకు ప్రధాన కారణాంక పద్ధతిన క. సా. గు మరియు గ. సా భాకనుగొనండి

https://youtu.be/lNAET4sr0ZA

$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3^1$

$18 = 2 \times 3 \times 3 = 2^1 \times 3^2$

12, 18 ల క. సా. గు $= 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

12, 18 ల గ. సా. భా $= 2^1 \times 3^1 = 6$

ii) **50, 60** లకు ప్రధాన కారణాంక పద్ధతిన క. సా. గు మరియు గ. సా భాకనుగొనండి

$50 = 2 \times 5 \times 5 = 2^1 \times 5^2$

$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^1 \times 5^1$

50, 60 ల క. సా. గు $= 2^2 \times 3^1 \times 5^2$

$= 4 \times 3 \times 25 = 300$

50, 60 **ల గ. సా. భా** $= 2^1 \times 5^1 = 10$

ప్రధాన కారణాంక పద్ధతిన క.సా.గు గ.సా.భా

i) **120, 90** లకు ప్రధాన కారణాంక పద్ధతిన క. సా. గు మరియు గ. సా భాకనుగొనండి

$120 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1$

$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^1 \times 3^2 \times 5^1$

120, 90 ల క. సా. గు $= 2^3 \times 3^2 \times 5^1$

$= 8 \times 9 \times 5 = 360$

120, 90 **ల గ. సా. భా** $= 2^1 \times 3^1 \times 5^1 = 30$

ప్రధాన కారణాంక పద్ధతిన క.సా.గు గ.సా.భా

ii) **17, 23** మరియు **29** లకు ప్రధాన కారణాంక పద్ధతిన క. సా. గు మరియు గ. సా భాకనుగొనండి

17, 23, 29 లు ప్రధాన సంఖ్యలు

17, 23, 29 ల క. సా. గు = ఆ సంఖ్యల లబ్ధం

$= 17 \times 23 \times 29$

$= 11339$

17, 23, 29 **ల గ. సా. భా = 1**

ఇచ్చిన సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలు లేదా పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు అయిన వాటి క, సా, గు ఆ సంఖ్యల లబ్ధం అగును వాటి గ. సా. భా **1** అగును

i) **12, 15, 21** ల క.సా.గు మరియు గ.సా.భాను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధ పద్ధతిన కనుగొనండి

$12 = 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3^1$

$15 = 3 \times 5 = 3^1 \times 5^1$

$21 = 3 \times 7 = 3^1 \times 7^1$

12, 15, 21 ల క. సా. గు $= 2^2 \times 3^1 \times 5^1 \times 7^1$

$= 4 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$

12, 15, 21 **ల గ. సా. భా** $= 3^1 = 3$

satveeracademy.com

Exercise 1.2

$i)$ 140 ను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా రాయండి.

$140 = 2 \times 2 \times 5 \times 7$
$140 = 2^2 \times 5 \times 7$

2	140
2	70
5	35
7	7
	1

$ii)$ 156 ను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా రాయండి

$iii)$ 825 ను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా రాయండి.

$3825 = 5 \times 5 \times 7 \times 19$
$3825 = 5^2 \times 7 \times 19$

5	3825
5	765
7	133
19	19
	1

$iv)$5005 ను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంగా రాయండి.

5: $-(17 \times 11 \times 2) + (17 \times 11 \times 5)$ అనేది ఏ విధంగా సంయుక్త సంఖ్య అగునో వివరించండి

$(17 \times 11 \times 2) + (17 \times 11 \times 5) = 17 \times 11(2 + 5) = 17 \times 11 \times 7$
ఇది మూడు ప్రధాన సంఖ్యల లబ్ధం కావున ఇది సంయుక్త సంఖ్య అగును .

$pro\ 6: -$ 6^{100} యొక్క ఫలిత ఒకట్ల స్థానంలో ఉండు అంకె కనుగొనుము

$6^1 = 6$
$6^2 = 36$
$6^3 = 216$
$6^4 = 1296$
....
$6^1, 6^2, 6^3, 6^4, ..$ ల ఒకట్ల స్థానంలో 6 వచ్చునది ,
కావున 6^{100} యొక్క ఒకట్ల స్థానంలో కూడా 6 వచ్చును

n సహజ సంఖ్య గా గల సంఖ్య 4^n తీసుకుండి. n యొక్క ఏ విలువకైనా 4^n విలువ గల సంఖ్య సున్న అంకెతో అంతం అవుతుందో లేదా తెలుపండి

https://youtu.be/lD8Eq6rlWK8

n సహజ సంఖ్య గా గల సంఖ్య 4^n విలువ సున్న అంకెతో అంతం కావాలంటే అది 2 మరియు 5 చే నిశ్శేషంగా భాగించబడాలి.
అంటే 4^n సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంలో 2 మరియు 5 లు ఉండాలి
$4^n = (2 \times 2)^n = (2)^{2n}$
అందుచే 4^n యొక్క ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంలో 2 మాత్రమే ఉన్నది 5 లేనందున
n ఏ సహజ సంఖ్య విలవకైనా 4^n అనే సంఖ్య సున్న తో అంతము కానేరదు.

n సహజ సంఖ్య గా గల సంఖ్య 6^n తీసుకుండి. n యొక్క ఏ విలువకైనా 6^n విలువ గల సంఖ్య సున్న అంకెతో అంతం అవుతుందో లేదా తెలుపండి

n సహజ సంఖ్య గా గల సంఖ్య 6^n విలువ సున్న అంకెతో అంతం కావాలంటే అది 2 మరియు 5 చే నిశ్శేషంగా భాగించబడాలి.
అంటే 6^n సంఖ్య యొక్క ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంలో 2 మరియు 5 లు ఉండాలి
$6^n = (2 \times 3)^n$
అందుచే 6^n యొక్క ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధంలో 2 మాత్రమే ఉన్నది 5 లేనందున
n ఏ సహజ సంఖ్య విలవకైనా 6^n అనే సంఖ్య సున్న తో అంతము కానేరదు.

HW: n సహజ సంఖ్య గా గల సంఖ్య 15^n తీసుకుండి. n యొక్క ఏ విలువకైనా 15^n విలువ గల సంఖ్య సున్న అంకెతో అంతం అవుతుందో లేదా తెలుపండి — *HW*

scan QR code with Google lens app / click blue color link open video / subscribe my channel

m, n లు పూర్ణసంఖ్యలయి అకరణీయ సంఖ్య $\frac{p}{q}, (q \neq 0)$ అయి కనిష్ఠరూపంలో ఉన్నప్పుడు హారం q యొక్క ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధం $2^m 5^n$ రూపంలో ఉంటే ఆ అకరణీయ సంఖ్య అంతమయ్యే దశాంశం $2^m 5^n$ రూపంలో లేకుంటే అది అంతంకాని ఆవర్తనమయ్యే దశాంశం.

అంతముగల దశాంశలను అకరణీయ సంఖ్యలుగా (భిన్నాముగా) మార్చడం:

https://youtu.be/FVdJFPBSkbw **https://youtu.be/97c32TcHziQ**

అకరణీయ సంఖ్యలను భాగహారం చేయకుండానే దశాంశ సంఖ్యలుగా మార్చడం

i. $\frac{3}{8} = \frac{3}{2\times2\times2} = \frac{3\times5\times5\times5}{2\times2\times2\times5\times5\times5} = \frac{375}{1000} = 0.375$

ii. $\frac{7}{80} = \frac{7}{2\times2\times2\times2\times5} = \frac{7\times5\times5\times5}{2\times2\times2\times2\times5\times5\times5\times5} = \frac{875}{10000} = 0.0875$

iii. $\frac{229}{400} = \frac{229}{2\times2\times2\times2\times5\times5} = \frac{229}{2\times2\times2\times2\times5\times5} \times \frac{5\times5}{5\times5} = \frac{5725}{10000} = 0.5725$

iv. $4\frac{1}{5} = \frac{21}{5} = \frac{21}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{42}{10} = 4.2$

$\frac{2}{11}$ హారంలో 2 మరియు 5 కాకుండా వేరే కారణాంకం 11 ఉన్నందున ఇది అంతం కాని ఆవర్తన దశాంశం
$\frac{2}{11} = 0.1818181818\ldots. = 0.\overline{18}$

భాగహార ప్రక్రియ లేకుండానే క్రింది అకరణీయ సంఖ్యలలో వేటిని అంతమయ్యే దశాంశాలుగా రాయగలమో? వేటిని అంతం కాని ఆవర్తన దశాంశాలుగా రాయగలమో తెలుపండి

https://youtu.be/FVdJFPBSkbw

Example 5:-

i. $\frac{25}{32} = \frac{25}{2\times2\times2\times2\times2} = \frac{25}{2^5}$
హారంలో 2 తప్ప వేరే కారణాంకం లేనందున ఇది అంతమయ్యే దశాంశం

ii. $\frac{100}{81} = \frac{100}{3\times3\times3\times3} = \frac{100}{3^4}$
హారంలో 2 మరియు 5 కాకుండా వేరే కారణాంకం 3 ఉన్నందున ఇది అంతం కాని ఆవర్తన దశాంశం

iii. $\frac{41}{75} = \frac{41}{3\times5\times5} = \frac{41}{3\times5^2}$
హారంలో 2 మరియు 5 కాకుండా వేరే కారణాంకం 3 ఉన్నందున ఇది అంతం కాని ఆవర్తన దశాంశం.

iv. $\frac{13}{3125} = \frac{13}{5\times5\times5\times5\times5}$ హారంలో 5 తప్ప వేరే కారణాంకం లేనందున ఇది అంతమయ్యే దశాంశం

v. $\frac{11}{12} = \frac{11}{2\times2\times3}$
హారంలో 2 మరియు 5 కాకుండా వేరే కారణాంకం 3 ఉన్నందున ఇది అంతం కాని ఆవర్తన దశాంశం

vi. $\frac{23}{2^3 5^2} = \frac{23}{2^3 5^2}$
హారంలో 2 మరియు 5 తప్ప వేరే కారణాంకాలు లేనందున ఇది అంతమయ్యే దశాంశం

$HW\ \frac{64}{455}, \frac{29}{343}; \frac{16}{125}, \frac{143}{110}, \frac{7218}{3^2 5^2}$

$\sqrt{2}$ కరణీయ సంఖ్య అని చూపండి

https://youtu.be/2sCAdcHA8sM

$\sqrt{2}$ కరణీయ సంఖ్య కాదు అనుకుందాం.

అయిన $\sqrt{2}$ అకరణీయ సంఖ్య అగును.

అంటే $\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ (a, b లుపరస్పర ప్రధానాంకాలు , $b \neq 0$)

దీని నుండి $b\sqrt{2} = a$

ఇరువైపులా వర్గం చేయగా

$(b\sqrt{2})^2 = a^2$

$b^2(2) = a^2$

$b^2 = \frac{a^2}{2}$ ....(1)

a^2 ను ప్రధానసంఖ్య 2 భాగించినందున a ను కూడా 2 భాగిస్తుంది.

$\frac{a}{2} = c$, (c ఒక పూర్ణసంఖ్య)

$a = 2c$

$a = 2c$ ను సమీ(1) లో రాయగా

$b^2 = \frac{(2c)^2}{2}$

$b^2 = \frac{4c^2}{2}$

$b^2 = 2c^2$

$c^2 = \frac{b^2}{2}$

b^2 ను 2 భాగించినందున b ను కూడా 2 భాగిస్తుంది

అందువలన a మరియు b లకు రెండింటికి 2 ఉమ్మడి కారణాంకం అయినది.

a, b లు పరస్పర ప్రధానాంకాలు మరియు 1 తప్ప వీటికి ఎటువంటి ఉమ్మడి కారణాంకాలు లేనందున మనం ప్రతిపాదించిన $\sqrt{2}$ అనేది అకరణీయం అనే భావన విరుద్ధతకు దారితీస్తుంది.

అందువలన $\sqrt{2}$ కరణీయ సంఖ్య అగును.

$\sqrt{5}$ కరణీయ సంఖ్య అని చూపండి

https://youtu.be/48m0_JuvLsY

$6 + \sqrt{2}$ నిజక కరణీయ సంఖ్య అని నిరూపించండి.

$6 + \sqrt{2}$ ఒక అకరణీయ సంఖ్య అనుకుందాం

అంటే $6 + \sqrt{2} = \frac{a}{b}$ (a, b లుపరస్పర ప్రధానాంకాలు మరియు $b \neq 0$)

$\sqrt{2} = \frac{a}{b} - 6$

$\sqrt{2} = \frac{a - 6b}{b}$

a, bలు పూర్ణసంఖ్యలు కావున $\frac{a-6b}{b}$ అకరణీయ సంఖ్య అవుతుంది.

కావున $\sqrt{2}$ కూడా అకరణీయ సంఖ్యనే అగును. ఇది అసత్యం.

ఎందుకంటే $\sqrt{2}$ అనేది ఒక కరణీయ సంఖ్య అనే సత్యానికి విరుద్ధభావన అందుచే

ఇది ఒక విరోధాబాసం కావున $6 + \sqrt{2}$ అనేది ఒక కరణీయ సంఖ్య అగును

ఉదాహరణ 9 $3\sqrt{2}$ నిజక కరణీయ సంఖ్య అని నిరూపించండి.

$3\sqrt{2}$ ఒక అకరణీయ సంఖ్య అనుకుందాం

అంటే $3\sqrt{2} = \frac{a}{b}$ (a, b లుపరస్పర ప్రధానాంకాలు మరియు $b \neq 0$)

$\sqrt{2} = \frac{a}{3b}$

a, bలు పూర్ణసంఖ్యలు కావున $\frac{a}{3b}$ అనేది అకరణీయ సంఖ్య అవుతుంది.

కావున $\sqrt{2}$ కూడా అకరణీయ సంఖ్యనే అగును. ఇది అసత్యం.

ఎందుకంటే $\sqrt{2}$ అనేది ఒక కరణీయ సంఖ్య అనే సత్యానికి విరుద్ధభావన అందుచే ఇది ఒక విరోధాబాసం

కావున $3\sqrt{2}$ అనేది ఒక కరణీయ సంఖ్య అగును.

$3 + 2\sqrt{5}$ ని ఒక కరణీయ సంఖ్య అని నిరూపించండి.

https://youtu.be/Ni8k8j1gjkk

$3 + 2\sqrt{5}$ ఒక అకరణీయ సంఖ్య అనుకుందాం.

అంటే $3 + 2\sqrt{5} = \frac{a}{b}$ (a, b లుపరస్పర ప్రధానాంకాలు మరియు $b \neq 0$)

$2\sqrt{5} = \frac{a}{b} - 3$

$2\sqrt{5} = \frac{a - 3b}{b}$

$\sqrt{5} = \frac{a - 3b}{2b}$

a, bలు పూర్ణసంఖ్యలు కావున $\frac{a-3b}{2b}$ అకరణీయ సంఖ్య అవుతుంది.

కావున $\sqrt{5}$ కూడా అకరణీయ సంఖ్యనే అగును. ఇది అసత్యం.

ఎందుకంటే $\sqrt{5}$ అనేది ఒక కరణీయ సంఖ్య అనే సత్యానికి విరుద్ధభావన అందుచే ఇది ఒక విరోధాబాసం.

కావున $3 + 2\sqrt{5}$ అనేది ఒక కరణీయ సంఖ్య.అగును.

satveeracademy.com

ఉదాహరణ 10 $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ నిజక కరణీయ సంఖ్య అని నిరూపించండి.

https://youtu.be/1ckBLFoiBsY

$\sqrt{2}+\sqrt{3}$ ఒక అకరణీయ సంఖ్య అనుకుందాం

అంటే $\sqrt{2}+\sqrt{3} = \frac{a}{b}$ (a, b ఉపరస్పర ప్రధానాంకాలు మరియు $b \neq 0$)

$\sqrt{2} = \frac{a}{b} - \sqrt{3}$

ఇరువైపులా వర్గం చేయగా

$(\sqrt{2})^2 = \left(\frac{a}{b} - \sqrt{3}\right)^2$

$2 = \frac{a^2}{b^2} + 3 - 2\frac{a}{b}\sqrt{3}$

$2\frac{a}{b}\sqrt{3} = \frac{a^2}{b^2} + 3 - 2$

$= \frac{a^2}{b^2} + 1$

$2\frac{a}{b}\sqrt{3} = \frac{a^2+b^2}{b^2}$

$\sqrt{3} = \frac{a^2+b^2}{b^2} \times \frac{b}{2a}$

$\sqrt{3} = \frac{a^2+b^2}{2ab}$

a, bలు పూర్ణసంఖ్యలు కావున $\frac{a^2+b^2}{2ab}$ అనేది అకరణీయ సంఖ్య అవుతుంది.

కావున $\sqrt{3}$ కూడా అకరణీయ సంఖ్యనే అగును. ఇది అసత్యం.

ఎందుకంటే $\sqrt{3}$ అనేది ఒక కరణీయ సంఖ్య అనే సత్యానికి విరుద్ధభావన

అందుచే ఇది ఒక విరోధాబాసం

కావున $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ అనేది ఒక కరణీయ సంఖ్య అగును.

$\sqrt{2}+\sqrt{3}$

p, q లు ప్రధానాంకాలు అయితే $\sqrt{p}+\sqrt{q}$ ఒక కరణీయ సంఖ్య అని నిరూపించండి.

IIT – 2025
IIT Foundation Basic Concepts – 2023
English medium తెలుగు మీడియం
Mathematics (గణితం)
Class: 6 – 10
Follow below my website, youtube channel, my blog
My Website: Satveeracademy.com
My youtube Channel : Naiki Raju e learning Academy
My Blog : Rajumaths.blogspot.com

scan QR code with Google lens app / click blue color link open video / subscribe my channel

సంవర్గమానాలు

సంవర్గమానాల పరిచయం

సంవర్గమానాల పరిచయం

$\log_a N = x$ అయిన ఘాతాంకరూపం $a^x = N$ ($a > 0,\ a \neq 1, N > 0$ మరియు $a, N \in R^+, m, n \in Z$) $\log_a 1 = 0$ $\log_a a = 1$ $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ $\log_a xyz = \log_a x + \log_a y + \log_a z$	$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ $\log_a x^n = n \log_a x$ $\log_{a^n} x^m = \frac{m}{n} \log_a x$ $\log_b a = \frac{\log a}{\log b} = \frac{1}{\log_a b}$

$5^3 = 125$ కు సంవర్గ్గామానం రూపం $\log_5 125 = 3$

$4^3 = 64$ కు సంవర్గ్గామానం రూపం $\log_4 64 = 3$

$(0.1)^3 = 0.001$ కు సంవర్గ్గామానం రూపం $\log_{0.1} 0.001 = 3$

$\log_2 32 = 5$ అయిన ఘాతాంక రూపం లోకి మార్చండి.

$\log_2 32 = 5$ అయితే ఘాతాంకరూపం $2^5 = 32$

$\log_5 625 = 4$ అయిన ఘాతాంక రూపం లోకి మార్చండి.

$\log_5 625 = 4$ అయితే ఘాతాంకరూపం $5^4 = 625$

కింది వాటి విలువలు కనుక్కోండి. $\log_x \sqrt{x}$	$\log_{10} 0.01$
https://youtu.be/rjOv895Uia8	Click here
$\log_x \sqrt{x} = a$ $x^a = \sqrt{x}$ $x^a = x^{\frac{1}{2}}$ సమాన పదాలలో భూములు సమానం కావున ఘాతాంకాలు సమానం $a = \frac{1}{2}$	$\log_{10} 0.01 = x$ అనుకుందాం $10^x = 0.01$ $10^x = \frac{1}{100}$ $10^x = \frac{1}{10^2}$ $10^x = 10^{-2}$ $x = -2$
$\log_7 \frac{1}{343} = -a$ ఘాతాంక రూపంల రాసి a విలువ కనుక్కోండి	
$\log_7 \frac{1}{343} = -a$ కు ఘాతాంక రూపం $7^{-a} = \frac{1}{343}$ $7^{-a} = \frac{1}{7^3}$	$7^{-a} = 7^{-3}$ $-a = -3$ $\therefore a = 3$

3 సంవర్గమానం విలువ
IIT – 2025
IIT Foundation Basic Concepts – 2023
English medium తెలుగు మీడియం
Mathematics (గణితం)
Class: 6 – 10
My Website: Satveeracademy.com
My youtube Channel : Naiki Raju e learning Academy
My Blog : Rajumaths.blogspot.com

$\log_2 32 = x$ ఘాతాంక రూపంల రాసి x విలువ కనుక్కొండి **click here**	https://youtu.be/rjOv895Uia8 **https://youtu.be/v18IG8-c2Ao**	
sol: $\log_2 32 = x$ కు ఘాతాంక రూపం $2^x = 32$ $2^x = 2^5$ సమాన పదాలలో భూములు సమానం కావున ఘాతాంకాలు సమానం $x = 5$	$\log_2 32$ $= \log_2 2^5$ $= 5\log_2 2$ $= 5 \times 1$ $= 5$	3 సంవర్గమానం విలువ
$\log_5 625 = y$ ఘాతాంక రూపంల రాసి y విలువ కనుక్కొండి	*HW*	
$\log_{10} 0.001$ విలువ కనుక్కొండి	https://youtu.be/rjOv895Uia8	
$\log_{10} 0.001 =$		
$\log_{\frac{2}{3}} \frac{8}{27}$ విలువ కనుక్కొండి		

i. $\log_c \sqrt{c} = \log_c c^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log_c c = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$	

ఉదాహరణ 11. $\log\frac{343}{125}$ ను విస్తరించండి. **Click here**

https://youtu.be/KExeMwDx7lE

సాధన . $\log\frac{343}{125}$

$\log\frac{x}{y} = \log x - \log y$ కావున

$\log\frac{343}{125} = \log 343 - \log 125$

$= \log 7^3 - \log 5^3$

$= 3\log 7 - 3\log 5 \quad (\because \log_a x^n = n\log_a x)$

$= 3(\log 7 - \log 5)$

$2\log 3 + 3\log 5 - 5\log 2$ ను ఒకే సంవర్గమానంగా రాయండి

https://youtu.be/KExeMwDx7lE **Click here**

https://youtu.be/Dc8IzSBfx5A

సంవర్గమానాల విస్తరణ , ఒకే సంవర్గమానం

sol: – $2\log 3 + 3\log 5 - 5\log 2$

$= \log 3^2 + \log 5^3 - \log 2^5 \quad (\because \log_a x^n = n\log_a x)$

$= \log 9 + \log 125 - \log 32$

$= \log(9 \times 125) - \log 32 \quad (\because \log_a xy = \log_a x + \log_a y)$

$= \log 1125 - \log 32$

$= \log\frac{1125}{32} \quad (\because \log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y)$

$2\log 5 + \frac{1}{2}\log 9 - \log 3 = \log x$ అయితే x విలువను కనుక్కోండి.

https://youtu.be/Dc8IzSBfx5A

$\log x = 2\log 5 + \frac{1}{2}\log 9 - \log 3$

$\log x = \log 5^2 + \log 9^{\frac{1}{2}} - \log 3$

$\log x = \log 25 + \log\sqrt{9} - \log 3$

$\log x = \log 25 + \log 3 - \log 3$

$\log x = \log 25$

$\therefore x = 25$

satveeracademy.com

అభ్యాసం 1.5

2. ఒకే సంవర్గమానంగా రాయండి	
ii) $\log_2 16 - \log_2 2$ $\log_2 16 - \log_2 2 = \log_2\left(\frac{16}{2}\right)$ $= \log_2 8$ $= \log_2 2^3$ $= 3\log_2 2$ $= 3 \times 1 = 3$	iv) $2\log 3 - 3\log 2 = \log 3^2 - \log 2^3$ i) $\log 2 + \log 5$ v) $\log 10 + 2\log 3 - \log 2$
కింది వాటిని విస్తరించండి $\log 1000 = \log 10^3$ $= 3\log 10 \quad (\because \log_a x^n = n\log_a x)$ $= 3(1) = 3 \quad (\because \log_{10} 10 = 1)$ $\log\left(\frac{128}{625}\right) = \log 128 - \log 625$ $= \log 2^7 - \log 5^4$ $= 7\log 2 - 4\log 5$	$\log x^2y^3z^4$ విస్తరించండి $\log\frac{p^2q^3}{r}$ విస్తరించండి

ఉదా 13 : $3^x = 5^{x-2}$ సమీకరణాన్ని సాధించండి

$3^x = 5^{x-2}$

ఇరువైపులా సంవర్గమానం తీసుకొనగా

$\log 3^x = \log 5^{x-2}$

$x\log 3 = (x-2)\log 5 \quad (\because \log_a x^n = n\log_a x)$

$x\log 3 = x\log 5 - 2\log 5$

$x\log 5 - 2\log 5 = x\log 3$

$x\log 5 - x\log 3 = 2\log 5$

$x(\log 5 - \log 3) = 2\log 5$

$x = \frac{2\log_{10} 5}{\log_{10} 5 - \log_{10} 3}$

3^x

$2^{x+1} = 3^{1-x}$ అయిన x విలువ కనుక్కొండి.

$\log(x^2 + y^2) = \log 2 + \log x + \log y$ అయిన $x = y$ అని చూపండి

Sol : $\log(x^2 + y^2) = \log 2 + \log x + \log y$,

$\log(x^2 + y^2) = \log 2xy$

$x^2 + y^2 = 2xy$

$x^2 + y^2 - 2xy = 0$

$(x - y)^2 = 0$

$x - y = 0$

$x = y$

satveeracademy.com

$\log\left(\frac{x+y}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$ అయిన $\frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ విలువ కనుగొనుము

https://youtu.be/lS31r-kWk4k **Click here**

$\log\left(\frac{x+y}{3}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$

$2\log\left(\frac{x+y}{3}\right) = (\log xy)$

$\log\left(\frac{x+y}{3}\right)^2 = \log(xy)$

$\left(\frac{x+y}{3}\right)^2 = xy$

$\frac{x^2+y^2+2xy}{9} = xy$

$x^2+y^2+2xy = 9xy$

$x^2+y^2 = 9xy - 2xy$

$x^2+y^2 = 7xy$

$\frac{x^2+y^2}{xy} = 7$

$\frac{x^2}{xy} + \frac{y^2}{xy} = 7$

$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 7$

$\therefore \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 7$

log(x+y)/3=1/2(log x + log y)

$x^2+y^2 = 25xy$ అయిన $2\log(x+y) = 3\log 3 + \log x + \log y$ అని చూపండి

https://youtu.be/rNOLZwQgtjU **Click here**

https://youtu.be/06j2N1cY1Kc

సాధన $x^2+y^2 = 25xy$

ఇరువైపులా $2xy$ కలుపగా

$x^2+y^2+2xy = 25xy + 2xy$

$(x+y)^2 = 27xy$

ఇరువైపులా సంవర్గమానం తీసుకొనగా

$\log(x+y)^2 = \log 27xy$

$2\log(x+y) = \log 27 + \log x + \log y$ $\quad (\because \log_a x^n = n\log_a x)$

$2\log(x+y) = \log 3^3 + \log x + \log y$

$2\log(x+y) = 3\log 3 + \log x + \log y$ $\quad (\because \log x^m = m\log x)$

x^2+y^2=25xy

$\log\frac{162}{343} + 2\log\frac{7}{9} - \log\frac{1}{7} = \log 2$ అని చూపండి

LHS : $\log\frac{162}{343} + 2\log\frac{7}{9} - \log\frac{1}{7}$

$= \log 162 - \log 343 + 2\log 7 - 2\log 9 - \log 1 + \log 7$

$= \log(2\times 3^4) - \log 7^3 + 2\log 7 - 2\log 3^2 - 0 + \log 7$

$= \log 2 + 4\log 3 - 3\log 7 + 3\log 7 - 4\log 3$

$= \log 2$

RHS

LHS = RHS అని నిరూపించబడినది

satveeracademy.com

$(2.3)^x = (0.23)^y = 1000$ అయిన $\frac{1}{x} - \frac{1}{y}$ విలువ కనుగొనుము

https://youtu.be/Z2mJuTVj2RU **Click here**

https://youtu.be/U_IrLC9uICM

Sol:- Given $(2.3)^x = (0.23)^y = 1000$

$(2.3)^x = 1000$

సంవర్గమాన రూపంలో రాయగా

$\log_{2.3} 1000 = x$

$\log_{1000} 2.3 = \frac{1}{x}$ ... (1)

$(0.23)^y = 1000$

సంవర్గమాన రూపంలో రాయగా

$\log_{0.23} 1000 = y$

$\log_{10000} 0.23 = \frac{1}{y}$ ... ... (2)

సమీ (1), (2)ల నుండి $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \log_{1000} 2.3 - \log_{1000} 0.23$

$= \log_{1000}\left(\frac{2.3}{0.23}\right)$

$= \log_{1000}\left(\frac{230}{23}\right)$

$= \log_{1000} 10$

$= \log_{10^3} 10$

$= \frac{1}{3}\log_{10} 10$

$= \frac{1}{3} \times 1 = \frac{1}{3}$

(2.3)^x= (0.23)^y=1000

$x^2+y^2 = 27xy$ అయిన $\log\left(\frac{x-y}{5}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$ అని చూపండి

Sol : $x^2+y^2 = 27xy$

ఇరువైపులా $2xy$ ను తీసివేయగా

$x^2+y^2-2xy = 27xy - 2xy$

$(x-y)^2 = 25xy$

$\frac{(x-y)^2}{25} = xy$

$\left(\frac{x-y}{5}\right)^2 = xy$

ఇరువైపులా సంవర్గమానం తీసుకొనగా

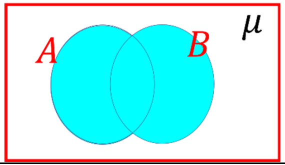
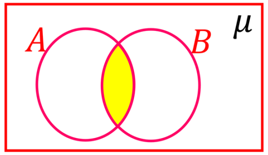
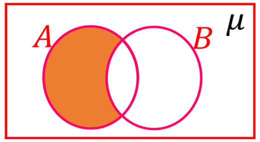
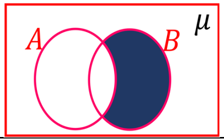
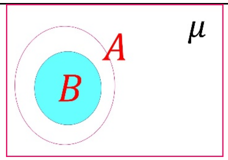
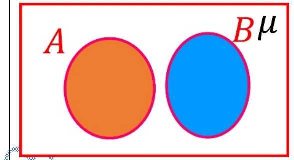
$\log\left(\frac{x-y}{5}\right)^2 = \log xy$

$2\log\left(\frac{x-y}{5}\right) = \log x + \log y$ $(\because \log_a x^n = n\log_a x)$

$\log\left(\frac{x-y}{5}\right) = \frac{1}{2}(\log x + \log y)$

satveeracademy.com

2. సమితులు

వెన్ చిత్రాలు		
$A \cup B$	$A \cap B$	$A - B$
		
$B - A$	$B \subset A$	A, B లు వియుక్త సమితులు
		

ఈ క్రింది సమితులను రోస్టర్ (జాబితా రూపం) రూపంలో రాయండి

Click blue colour link for video lesson

https://youtu.be/0e0rHSxFW04 https://youtu.be/NMGc1gFi1LU

1. G అనేది 20 కు రాయగల కారణాంకాలన్నింటి కలిగిన సమితి.

సాధన :- 20 గల కారణాంకాలు $1, 2, 4, 5, 10, 20$

$G = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$

2. **F అనేది 17 మరియు 61 మధ్య గల 4 యొక్క గుణిజాలు మరియు 7 చే భాగించబడే ము**

సాధన : 17 మరియు 61 మధ్యగల 4 యొక్క గుణిజాలు

20,24,28,32,36,40,44,48,52,56,60

ఇందులో 7 చే భాగించబడే సంఖ్యలు 28, 56

F = {28, 56}

3. **E = {x: x అనేది రెండు అంకెల సహజ సంఖ్య మరియు రెండంకెల మొత్తం 9 }**

సాధన: E = { 18,27,36,45,54,63,75,81,90}

4. **F = {x: x అనేది 50 ను భాగించగల ప్రధాన సంఖ్య }**

సాధన : 50 ను భాగించే సంఖ్యలు (కారణంకాలు) = 1, 2 5, 10, 25, 50

ఇందులో ప్రధాన కారణకాలు 2, 5

F = {2, 5}

సమితులు రోస్టర్, లాక్షణిక రూపం

Click blue colour link for video lesson

https://youtu.be/NMGc1gFi1LU

satveeracademy.com

ఈ క్రింది సమితులను సమితి నిర్మాణ రూపంలో రాయండి

5. $V = \{a, e, i, o, u\}$

సాధన : $V = \{x|\ x$ అనేది ఆంగ్ల వర్ణమాలలోని అచ్చుల సమితి $\}$

6. $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$ సమితి నిర్మాణ రూపం లేదా సమితి లాక్షణిక రూపంలో రాయ

సాధన: $H = \{x : x$ అనేది పూర్ణ సంఖ్య మరియు $-3 \le x \le 4\}$

7. $\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}\}$ సమితి నిర్మాణ రూపం లేదా సమితి లాక్షణిక రూపంలో రాయండి.

సాధన: $F = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}\}$

$F = \{x: x = \frac{1}{n}$, n సహజ సంఖ్య , $n \le 6\}$

8. $\{2, 5, 10, 17, 26\}$ సమితి నిర్మాణ రూపం లేదా సమితి లాక్షణిక రూపంలో రాయండి.

$A = \{2, 5, 10, 17, 26\}$

$A = \{1^2+1, 2^2+1, 3^2+1, 4^2+1, 5^2+1\}$

$A = \{x: x = n^2+1$, n సహజ సంఖ్య , $n \le 5\}$

Click blue colour link for video lesson

https://youtu.be/2D1OWh3puJo

సమితులు రోస్టర్, లాక్షణిక రూపం

A = {1,2,3,6} సమితిని సమితి లాక్షణిక రూపంలో రాయండి

సాధన : A {x : x అనేది 6 యొక్క కారణాంకాలన్నింటి కలిగిన సమితి }

A {x : x అనేది ఒక సహజ సంఖ్య మరియు 6 ను భాగిస్తుంది }

9. {3, 6, 9, 12} సమితిని సమితి లాక్షణిక రూపంలో రాయండి

$E = \{x: x = 3n$, n సహజ సంఖ్య , $n \le 4\}$

$E = \{x: x$ అనేది 13 కంటే తక్కువైన 3 యొక్క గుణిజం $\}$

10. {2, 4, 8, 16, 32, 64, 128} సమితి లాక్షణిక రూపంలో రాయండి

సాధన: $A = \{2, 4, 8, 16, 32, 64, 128\}$

$= \{2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7\}$

$A = \{x: x = 2^n$, n సహజ సంఖ్య , $n \le 7\}$

Click blue colour link for video lesson

https://youtu.be/ztx-zrcJ63I

https://youtu.be/2D1OWh3puJo

సమితులు రకాలు https://youtu.be/K_7awwbSPBI

https://youtu.be/ss3aT3XlmLo

సమితులు రకాలు

ఈ క్రింది సమితులను రోస్టర్ (జాబితా రూపం) రూపంలో రాయండి

H = {x: x అనేది MATHEMATICS అనే పదం లోని అక్షరం }

P = { x : x అనేది 3.5 మరియు 6.7 మధ్యగాల పూర్ణంకాల సమితి }

B = { x : x అనేది ఒక పూర్ణ సంఖ్య మరియు $x^2 = 4$ }

P అనేది 20 కంటే తక్కువైన ప్రధాన సంఖ్యల సమితి

{1, 8, 27, 64, 125} సమితి లాక్షణిక రూపంలో రాయండి

{1, 3, 9, 27, 81} సమితి లాక్షణిక రూపంలో రాయండి

{5, 25, 125, 625} సమితి నిర్మాణ రూపం లేదా సమితి లాక్షణిక రూపంలో రాయండి

{1, 4, 9, 16, 25, ... 100} సమితి లాక్షణిక రూపంలో రాయండి

ఉప సమితి: – https://youtu.be/aOfOeFiRU3I
https://youtu.be/6KVj96xpayw

click blue color link

ఉప సమితి: – A సమితిలో ఉన్న ప్రతి మూలకము B సమితిలో ఉంటే సమితి A ని సమితి B యొక్క ఉప సమితి అంటారు. $A \subset B$ అని సూచిస్తాం

- B సమితిని A సమితి యొక్క ఘాత సమితి అంటారు . $B \supset A$ అని సూచిస్తాం

ఒక సమితి లోని మూలకాల సంఖ్య n అయిన మితి కి గల ఉప సమితిల సంఖ్య = 2^n

- ప్రతి సమితి కి శూన్య సమితి ఉప సమితి
- ప్రతి సమితి కి అదే సమితి ఉప సమితి
- శూన్య సమితి లోని మూలకాల సంఖ్య = 0

ఉప సమితులు

$B = \{0, 4\}$ అయిన సమితి B యొక్క ఉపసమితులు అన్ని రాయండి

సాధన : $B = \{0, 4\}$

$n(B) = 2$

B సమితి కి గల ఉప సమితిల సంఖ్య = $2^n = 2^2 = 4$

∴ B సమితి కి గల ఉప సమితిలు

∅, {0}, {4}, {0, 4}

$A = \{2, 3, 6\}$ అయిన సమితి A యొక్క ఉపసమితులు అన్ని రాయండి

సాధన : $A = \{2, 3, 6\}$ n(A) = 3

A సమితి కి గల ఉప సమితిల సంఖ్య = $2^n = 2^3 = 8$

∴ A సమితి కి గల ఉప సమితిలు

∅, {2}, {3}, {6}, {2, 3}, {3, 6}, {6, 9}, {2, 3 6}

$A = \{0, 8\}$ అయిన సమితి A యొక్క ఉపసమితులు అన్ని రాయండి

$A = \{a\}$ అయిన సమితి A యొక్క ఉపసమితులు అన్ని రాయండి

$A = \{a, b, c, d\}$ అయిన సమితి A యొక్క ఉపసమితులు అన్ని రాయండి

satveeracademy.com

1. $A = \{2, 5, 6, 8\}$, $B = \{5, 7, , 9, 1\}$ అయిన $A \cup B$ కనుక్కోండి

సాధన: $A = \{2, 5, 6, 8\}$, $B = \{5, 7, , 9, 1\}$

AUB = {2, 5, 6, 8}U{5, 7, , 9, 1} = {1, 2, 5, 6, 7, 8, 9}

సమితులు సమ్మేళనం

$A = \{a, e, i, o, u\}$, $B = \{a, i, u\}$ అయిన $A \cup B = A$ అని చూపండి

సాధన: $A = \{a, e, i, o, u\}$, $B = \{a, i, u\}$

$$A \cup B = \{a, e, i, o, u\} \cup \{a, i, u\}$$
$$A \cup B = \{a, e, i, o, u\} = A$$
$$A \cup B = A$$

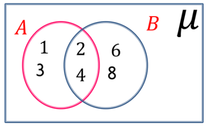
click this link watch solution this questions

https://youtu.be/o7I245AUT5E

A = {1,2,3,4}, B = {2, 4 6 , 8} అయిన A ∪ B ను వెన్ చిత్రలాను ఉపయోగించి కనుక్కోండి

సాధన: A = {1,2,3,4}, B = {2, 4 6 , 8}

$A \cup B$ = {1,2,3,4, 6, 8}



$A = \{5, 6, 7, 8\}$, $B = \{7, 8, 9, 10\}$ అయిన $A \cup B$, $A \cap B$ కనుకోనండి

సాధన: $A = \{5,6,7,8\}$ $B = \{7, 8, 9, 10\}$

AUB = { 5,6,7,8} ∪ {7,8,9,10, }

∴ A ∪ B = {5,6,7,8,9,10}

A ∩ B = { 5,6,7,8} ∩ {7,8,9,10, }

∴ A ∩ B = {7,8}

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$ అయిన $A \cap B = B$ అని చూపండి

సాధన : $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$

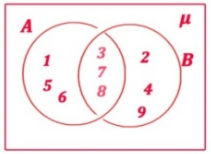
$$A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\} \cap \{2, 3, 5, 7\}$$
$$A \cap B = \{2, 3, 5, 7\}$$
$$A \cap B = B$$

$A = \{a, e, i, o, u\}$, $B = \{a, i, u\}$ అయిన $A \cap B = B$ అని చూపండి

$A = \{1, 3, 5, 6, 7, 8\}$, $B = \{2, 3, 4, 7, 8, 9, \}$ అయిన

$A \cup B$, $A \cap B$ లను వెన్ చిత్రాల ద్వారా కనుగోనుము

సాధన : $A = \{1, 3, 5, 6, 7, 8\}$, $B = \{2, 3, 4, 7, 8, 9\}$



వెన్ చిత్రాల నుండి $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$A \cap B = \{3, 7, 8\}$

satveeracademy.com

2. $A = \{x: x$ అనేది రెండంకెల సహజ సంఖ్య మరియు $< 20\}$

$B = \{x: x$ అనేది 20 కంటే తక్కువైన ప్రధానాంకాల సమితి $\}$ $A \cup B$, $A \cap B$

సాధన : $A = \{x: x$ అనేది రెండంకెల సహజ సంఖ్య మరియు $< 20\}$

$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$

$B = \{x: x$ అనేది 20 కంటే తక్కువైన ప్రధానాంకాల సమితి $\}$

$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

$A \cup B = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\} \cup \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

$A \cup B = \{2, 3, 5, 7, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$

$A \cap B = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\} \cap \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$

$A \cap B = \{11, 13, 17, 19\}$

3. $A = \{4, 5, 6\}$, $B = \{7, 8\}$ అయిన $A \cup B = B \cup A$ అని చూపండి
4. $A = \{a, e, i, o, u\}$, $B = \{a, i, u\}$ అయిన $A \cup B = B \cup A$ అని చూపండి
5. $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$ అయిన $A \cup B$, $A \cap B$ కనుక్కోండి

Click blue colour link for video lesson

https://youtu.be/SgxXpM18JEQ

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ $A - B$, $B - A$ కనుక్కోండి

సాధన: $A = \{2, 4, 6, 8, 12\}$,

$B = \{3, 6, 9, 12, 15\}$

$A - B = \{2, 4, 6, 8, 12\} - \{3, 6, 9, 12, 15\}$

$\therefore A - B = \{2, 4, 8\}$

$B - A = \{3, 6, 9, 12, 15\} - \{2, 4, 6, 8, 12\}$

$\therefore B - A = \{3, 9, 15\}$

సమితులు భేదం

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ $A - B$, $B - A$ కనుక్కోండి

సాధన: $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$

$A - B = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{4, 5, 6, 7\}$

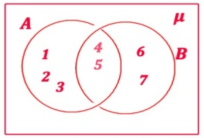
$\therefore A - B = \{1, 2, 3\}$

$B - A = \{4, 5, 6, 7\} - \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$\therefore B - A = \{6, 7\}$

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ అయిన $A - B$, $B - A$ లను వెన్ చిత్రాల ద్వారా కనుగొనుము

సాధన : $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$



వెన్ చిత్రాల నుండి

$A - B = \{1, 2, 3\}$

$B - A = \{6, 7\}$

satveeracademy.com

scan QR code with Google lens app / click blue color link open video / subscribe my channel

Home work	$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21\}$, $B = \{4, 8, 12, 16, 20\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16\}$, $D = \{5, 10, 15, 20\}$ అయిన $A - B$, $B - A$, $D - C$, $C - A$, $C - D$, $C - B$, $B - C$, $A - (B \cup C)$, $(B \cap C) - (A \cup D)$ కనుగొనండి
	6. $V = \{a, e, i, o, u\}$, $B = \{a, i, k, u\}$ అయిన $V - B$, $B - V$ కనుగొనండి

సమసమితులు: – సమితిలో గల మూలకాలన్నిB సమితిలో ఉంటూ , B సమితిలో గల మూలకాలన్ని A సమితిలో ఉంటే అట్టి సమితులను సమ సమితులు అంటా

A ⊂ B మరియు B ⊂ A అయిన A = B అగును

ఉదా: A = {1, 2, 3, 8, 7} B = {3, 8, 1, 2, 7 }

A ⊂ B మరియు B ⊂ A కావున A మరియు B లు సమ సమితులు

సమ సమితులు , తుల్య సమితులు

Click blue colour link for video lesson

https://youtu.be/fu1FkQXns08 https://youtu.be/r6_8g9G3SI

తుల్య సమితులు : –

A , B సమితుల మధ్య అన్వేక సాదృశ్యం ఉంటే ఆ సమితులను తుల్య సమితులు అటారు

A , B లు తుల్య మ సమితులు అన A~B లేక A ↔ B గా సూచిస్తారు

- ఉదా: A = {1, 2, 3, 8, 7} B = {a, b, v, n, o }

$n(A) = 5, n(B) = 5$

కావున A , B లు తుల్య సమితులు

- రెండు సమితులలోని మూలకాల సంఖ్య సమానం అయిన ఆ సమితులను తుల్య సమితులు అంటారు
- A, B లు సమితులు మరియు $n(A) = n(B)$ అయిన A , B లు తుల్య సమితులు అంటారు.

i) $A = \{p, q, r\}$ మరియు $B\{q, p, r\}$ అయిన $A = B$ అగునా?

సాధన : $A = \{p, q, r\}$ మరియు $B\{q, p, r\}$

A సమితిలోని ప్రతి మూలకం B సమితిలో ఉన్నది $\therefore A \subseteq B$

B సమితిలోని ప్రతి మూలకం A సమితిలో ఉన్నది $\therefore B \subseteq A$

$A \subseteq B$ మరియు $B \subseteq A$ కావున A, B లు సమ సమితులు.

$A = \{1, 2, 3, \ldots\}$ మరియు N సహజసంఖ్యా సమితి అయిన A మరియు N లు సమానమవుతాయేమో సరిచూడండి ?

$A = \{1, 2, 3, \ldots\}$

A లోని ప్రతి మూలకం ఒక సహజసంఖ్య

కావున A మరియు N లు సమ సమితులు

iii) $A = \{p, q, r, s\}$ మరియు $B = \{1, 2, 3, 4\}$ లు సమానమా ?

సాధన $A = \{p, q, r, s\}$ మరియు $B = \{1, 2, 3, 4\}$

A సమితిలోని ఏ మూలకం B సమితిలో లేదు కావున $A \not\subset B$

A, B సమితులు సమ సమితులు కాదు

iv) 6 కంటే తక్కువైనా ప్రధానాంకాల సమితిని A అనుకోండి మరియు 30 కి ప్రధాన కారణాంకాలు గల సమితిని P అనుకోండి A మరియు P సమానమా ? సరి చూడండి

సాధన:- 6 కంటే తక్కువైనా ప్రధానాంకాల సమితి $= A = \{2, 3, 5\}$

30కి ప్రధాన కారణాంకాలు గల సమితి $= P = \{2, 3, 5\}$

సమితి A మరియు సమితి P లలో ఒకే రకమైన మూలకాలు ఉన్నాయి

కాబట్టి A మరియు P సమ సమితులు

satveeracademy.com

$A = \{x : x$ అనేది "$ASSASSINATION$" అనేపదంలోని అక్షరం $\}$
$B = \{x : x$ అనేది "$STATION$" అనేపదంలోని అక్షరం$\}$ A **మరియు** B **సమానమా ? సరి చూడండి**

పరిమిత సమితి :-	అపరిమిత సమితి :-
	Click blue colour link for video lesson https://youtu.be/fu1FkQXns08 https://youtu.be/hgUGktkt0oA

పరిమిత సమితి :- లెక్కించుటకు వీలగు మూలకాలు గల సమితిని పరిమిత సమితి అంటారు.
అపరిమిత సమితి :- లెక్కించుటకు వీలులేని మూలకాలు గల సమితిని అపరిమిత సమితి అంటారు

పరిమిత సమితులు

➢

1. $A = \{p, q, r, s, t\}$ A సమితి నందు 4 మూలకాలు ఉన్నవి కావున పరిమిత సమితి అగును
2. $B = \{x : x$అనేది 100 కంటే తక్కువైన సంయుక్త సంఖ్య$\}$

   100 కంటే తక్కువైన సంయుక్త సంఖ్యలు పరిమితం కావున Bపరిమిత సమితి అగును

3. $D = \{x : x$ అనేది ఒక ఘన సమీకరణం యొక్కమూలం$\}$

   ఘన సమీకరణం యొక్కమూలం గరిష్ఠంగా 3 ఉండును కావున పరిమిత సమితి

4. $D = \{x : x$ అనేది 2 మరియు 5 ల మధ్యన గల పూర్ణ సంఖ్య$\}$

   $D = \{3, 4\}$ ఇది పరిమిత సమితి

5. $A = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$ ఇది సహజ సంఖ్య సమితి కావున అపరిమిత సమితి అగును
6. $D = \{x : x$ అనేది 2 మరియు 3 లమధ్యన గల అకరణీయసంఖ్య$\}$

   2 మరియు 3 లమధ్యన గల అకరణీయసంఖ్య కావున అపరిమిత సమితి అగును.

పరిమిత సమితులు

క్రిందిసమితులలో ఏవి పరిమిత సమితులో, లేక అపరిమిత సమితులో పేర్కొనండి

$i)$ $A = \{x : x \in N$మరియు $(x-1)(x-2) = 0\}$

సాధన : $(x-1)(x-2) = 0$

అయిన $x = 1, \; x = 2$

$A = \{1, 2, \}$

కావున A పరిమిత సమితి అగును

$ii)$ $\{x : x \in N$మరియు $x^2 = 4\}$

సాధన : $x^2 = 4$అయిన $x = \sqrt{4} = \pm 2$

కాని x సహజ సంఖ్య కావున $B = \{2\}$

పరిమిత సమితి అగును

$iii) A = \{x : x \in N$ మరియు $2x - 2 = 0\}$ సాధన

$iv) D = \{x : x \in N$ మరియు x ప్రధానసంఖ్య$\}$ సాధన :

1. $B = \{x : x$ అనేది ఒక సంయుక్త సంఖ్య$\}$

scan QR code with Google lens app / click blue color link open video / subscribe my channel

$A = \{x : x$ అనేది **20** కంటే తక్కువైన రెండంకేల సహజ సంఖ్య$\}$ $\}$

$B = \{x : x$ అనేది **20** కంటే తక్కువైన ప్రధాన సంఖ్య $\}$ అయిన $A \cup B, \; A \cap B$ కనుక్కోండి

$Sol: -$ $A = \{x : x$ అనేది 20 కంటే తక్కువైన రెండంకేల సహజ సంఖ్య$\}$

$A = \{10,11,12,13,14,15,16,17,18,19\}$

$B = \{x : x$ అనేది 20 కంటే తక్కువైన ప్రధాన సంఖ్య$\}$

$B = \{2,3,5,7,11,13,17,19\}$

$A \cup B, = \{10,11,12,13,14,15,16,17,18,19\} \cup \{2,3,5,7,11,13,17,19\}$

$A \cup B = \{2,3,5,7,10, 11,12,13,14,15,16,17,18, 19\}$

$A \cap B = \{10,11,12,13,14,15,16,17,18,19\} \cap \{2,3,5,7,11,13,17,19\}$

$A \cap B = \{11,13,17,19\}$

If $A = \{x : x \in N$ మరియు $x < 20\}$ మరియు $B = \{x : x \in N$ మరియు $x \leq 5\}$,
అయిన $A - B$ ను సమితి నిర్మాణ రూపం లో రాయండి

$Sol: -$ $A = \{x : x \in N$ మరియు $x < 20\}$

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$

$B = \{x : x \in N$ మరియు $x \leq 5\}$

$B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$A - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\} - \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$A - B = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19\}$

$A - B = \{x : x \in N$ మరియు $5 < x < 20\}$

1. If $A = \{x : x \; N$ మరియు $x < 6\}$ and $B = \{x : x \; N, 3 < x < 8\}$,
అయిన వెన్ చిత్రమ్ ద్వారా $A - B \neq B - A$ అని చూపండి

$A = \{x : x \in N \; and \; x < 6\}$

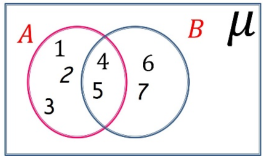
$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

$B = \{x : x \in N, 3 < x < 8\}$

$B = \{4, 5, 6, 7\}$

$A - B = \{1, 2, 3, 4, 5\} - \{4, 5, 6, 7\} = \{1, 2, 3\}$

$B - A = \{4, 5, 6, 7\} - \{1, 2, 3, 4, 5\} = \{6, 7\}$



2. If $A - B = \{3, 4, 5\}, B - A = \{1, 8, 9\}$ and $A \cap B = \{6, 7\}$ $then$ $find$ $A \cup B$.

$i)$ $A = \{x : x \in N, x < 2015\}$అనేది పరిమిత సమితా ? లేదా అపరిమితా సమితా?

$A = \{x : x \in N, x < 2015\}$

$A = \{1, 2, 3, 4, \ldots, 2014\}$ అనేది పరిమిత సమితి

$ii)$ $B = \{x : x + 5 = 5\}$, అనేది శూన్య సమితా? కదా?

$B = \{x : x + 5 = 5\}$

$x + 5 = 5$ అయిన $x = 0$

అందువలన B సమితి శూన్య సమితి కాదు

satveeracademy.com

గత 5 సంవత్సరాలలో వచ్చిన సమస్యలు సాధనలు

2	సమితులు	https://youtu.be/ZlI4qYAJ_8k

సమితులు గతంలో వచ్చిన ప్రశ్నలు

X అనేది 24 యొక్క కారణాంకాల సమితి మరియు Y అనేది 36 యొక్క కారణాంకాల సమితి అయిన వెన్ చిత్రం ద్వారా $X \cup Y$ మరియు $X \cap Y$ కనుక్కోండి

Sol:- X అనేది 24 యొక్క కారణాంకాల సమితి

$X = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ and

Y అనేది 36 యొక్క కారణాంకాల సమితి

$Y = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

$X \cup Y = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \cup \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

$= \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36\}$

$X \cap Y$ $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \cap \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$

$= \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

$A = \{x : x \in N, x$ అనేది 30 యొక్క కారణాంకం $\}$;

$B = \{x : x \in N, x$ అనేది 30 యొక్క ప్రధాన కారణాంకం $\}$ $A \cup B$ నువెన్ చిత్రం ద్వారా కనుక్కోండి .

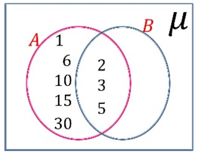
$Sol: -$ $A = \{x : x \in N, x$ అనేది 30 యొక్క కారణాంకం $\}$;

$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

$B = \{x : x \in N, x$ అనేది 30 యొక్క ప్రధాన కారణాంకం $\}$

$B = \{2, 3, 5\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$



$A = \{x : x \in N,$ మరియు x అనేది 4 యొక్క గుణిజం $\}$ $B = \{x : x \in N$ మరియు x అనేది 6 యొక్క గుణిజం $\}$

$C = \{x : x \in N,$ మరియు x అనేది 4 మరియు 6 ల యొక్క క.సా.గు యొక్క గుణిజం $\}$

$A \cap B$ కనుక్కోండి $A \cap B$ మరియు C లమధ్య సంబంధం గమనించండి

Sol:- $A = \{x : x \in N,$ మరియు x అనేది 4 యొక్క గుణిజం $\}$

$A = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, \ldots \ldots\}$

$B = \{x : x \in N$ మరియు x అనేది 6 యొక్క గుణిజం $\}$

$B = \{6, 12, 18, 24, 30, 36, \ldots \ldots\}$

$C = \{x : x \in N,$ మరియు x అనేది 4 మరియు 6 ల యొక్క క.సా.గు యొక్క గుణిజం $\}$

4 మరియు 6 ల యొక్క క.సా.గు = 12

12 యొక్క గుణిజాలు 12, 24, 36, 48, ...

$C = \{12, 24, 36, 48, 60, \ldots \ldots\}$

$A \cap B = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36 \ldots \ldots\} \cap \{6, 12, 18, 24, 30, 36, \ldots \ldots\}$

$A \cap B = \{12, 24, 36, 48, 60, \ldots \ldots\}$

$A \cap B$ మరియు C లు సమ సమితులు

ప్రక్కన ఉన్న వెన్ చిత్రం నుండి సమితి **A** మరియు సమితి **B** లోని మూలకాలు రాశి

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - + n(A \cap B)$ అని నిరూపించండి

Sol:- వెన్ చిత్రం నుండి $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ $n(A) = 5$

$B = \{2, 3, 6, 7, 9\}$ $n(B) = 5$

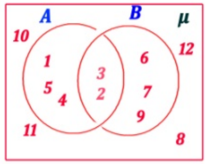
$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9\}$ $n(A \cup B) = 8$

$A \cap B = \{2, 3\}$ $n(A \cap B) = 2$

LHS $n(A \cup B) = 8$

RHS $n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 5 + 5 - 2 = 10 - 2 = 8$

$LHS = RHS$



ప్రక్కన ఉన్న వెన్ చిత్రం నుండి సమితి **A** మరియు సమితి **B** లోని మూలకాలు రాశి

$n(A \cup B) + n(A \cap B) = n(A) + n(B)$ అని నిరూపించండి

వెన్ చిత్రం నుండి $A = \{a, c, d, f, h\}$ $n(A) = 5$

$B = \{a, b, d, e, g, h\}$ $n(B) = 6$

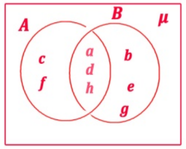
$A \cup B = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ $n(A \cup B) = 8$

$A \cap B = \{a, d, h\}$ $n(A \cap B) = 3$

LHS $n(A \cup B) + n(A \cap B) = 8 + 3 = 11$

RHS $n(A) + n(B) = 5 + 6 = 11$

$LHS = RHS$



$A = \{1, 4, 6, 9, 10\}$ and $B = \{25$ కన్నా తక్కువైన వర్గ సంఖ్య $\}$ వెన్ చిత్రం నుండి $A \cap B$ కనుక్కోండి

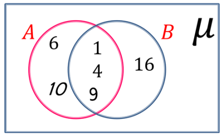
Sol:- $A = \{1, 4, 6, 9, 10\}$

$B = \{25$ కన్నా తక్కువైన వర్గ సంఖ్య $\}$

$B = \{1, 4, 9, 16\}$

ఉమ్మడి మూలకాలు = 1,4,9

$A \cap B = \{1, 4, 9\}$



SMA Satveer Mokshitha Academy
IIT – 2025
IIT Foundation Basic Concepts – 2023
English medium తెలుగు మీడియం
Mathematics (గణితం)
Class: 6 – 10
Follow below my website, youtube channel, my blog
My Website: Satveeracademy.com
My youtube Channel : Naiki Raju e learning Academy
My Blog : Rajumaths.blogspot.com

satveeracademy.com

3. బహుపదులు

బీజగణిత పరిచయం

Click blue color link open videos

https://youtu.be/_KnKyBsSdP4

scan google lens app watch video

బహుపదుల పరిచయం

1. **పరిమాణం 7 గల త్రిపదిని రాయండి** సాధన :– $x^7 - 3x^2 + 5$
2. **పరిమాణం 10 గల ద్విపదిని రాయండి** సాధన :– $x^{10} - 8$

బహుపది విలువ :– $P(x)$ అనేది చరరాశి x లో బహుపది మరియు k ఒక వాస్తవ సంఖ్య , అయినప్పుడు చరరాశి $'x'$కి బధులుగా k ను ప్రతిక్షేపిస్తే వచ్చే విలువ $p(k)$ అవుతుంది. దీనిని k వద్ద $p(x)$ అనే బహుపది విలువ అంటారు.

Click this link https://youtu.be/3JiVEpt_r9c https://youtu.be/99MIZOtXfi4

$P(t) = t^2 - 1$ అయిన $P(1), P(-1), P(2)$ మరియు $P(-2)$ విలువ కనుగొనండి

$P(t) = t^2 - 1$

$P(1) = 1^2 - 1 = 1 - 1 = 0$

$P(-1) = (-1)^2 - 1 = 1 - 1 = 0$

$P(2) = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

$P(-2) = (-2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

బహుపదుల విలువ 1

$p(x) = x^2 - 2x - 3$ అయిన $x = 4$ వద్ద $p(x)$ విలువ కనుగొనుము

$sol:-$ ఇచ్చిన బహుపది $p(x) = x^2 - 2x - 3$

$p(4) = 4^2 - 2(4) - 3 = 16 - 8 - 3 = 16 - 11 = 5$

$p(x) = x^2 - 2x - 3$ అయిన $x = -1$ మరియు $x = 2$ లవద్ద $p(x)$విలువలుకనుగొనండి

ఇచ్చిన బహుపది $p(x) = x^2 - 2x - 3$

$p(-1) = (-1)^2 - 2(-1) - 3 = 1 + 2 - 3 = 3 - 3 = 0$

$p(2) = (2)^2 - 2(2) - 3 = 4 - 4 - 3 = 4 - 7 = -3$

బహుపదుల విలువ 2

బహుపది శూన్యవిలువ: – $P(x)$అనేది చరరాశి x లో బహుపది మరియు k ఒక వాస్తవసంఖ్య అయినప్పుడు చరరాశి x కి బధులుగా k ను ప్రతిక్షేపిస్తే వచ్చే విలువ $p(k) = 0$ అయిన k ని $P(x)$కి బహుపది శూన్య విలువ అంటారు

$P(x)$ బహుపది మరియు k ఒక వాస్తవసంఖ్య అయి $p(k) = 0$ అయిన k ని $P(x)$కి బహుపది శూన్య విలువ అంటారు

3. $P(x) = x^2 - x - 6$ అనే బహుపదికి 3 మరియు (-2) అనేవి శూన్యాలు అగునో, కాదో సరి చూడండి

$P(x) = x^2 - x - 6$

$P(3) = 3^2 - 3 - 6$

$= 9 - 9 = 0$

$P(3) = 0$

$P(x) = x^2 - x - 6$

$P(-2) = (-2)^2 - (-2) - 6$

$= 4 + 2 - 6$

$= 6 - 6 = 0$

$P(-2) = 0$

$\therefore P(x) = x^2 - x - 6$ కు $3, -2$ శూన్యాలు అగును.

https://youtu.be/QiaYM1nIJPw

బహుపది శూన్యవిలువ

N.RAJU S.A.MATHS

-1 అనేది $P(x) = kx^2 - 4x + k$ యొక్క శూన్య విలువ అయిన k విలువ ఎంత ?

సాధన : $P(x) = kx^2 - 4x + k$

$P(x)$ కు (-1) శూన్య విలువ అయిన $P(-1) = 0$

$P(-1) = 0$

$\Rightarrow k(-1)^2 - 4(-1) + k = 0$

$\Rightarrow k(1) + 4 + k = 0$

$\Rightarrow 2k + 4 = 0$

$\Rightarrow 2k = -4 \Rightarrow k = \frac{-4}{2} = -2$

బహుపది శూన్య విలువ 2

4. $x^3 + 3x^2 - x - 3$ యొక్క శూన్యాలు $1, -1, -3$ అని చూపండి .

$P(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$

$P(x)$ కు $(x - a)$ఒక శూన్యం అయిన $P(a) = 0$ అగును.

$p(1) = (1)^3 + 3(1)^2 - (1) - 3$

$p(1) = 1 + 3(1) - 1 - 3$

$p(1) = 1 + 3 - 1 - 3 = 0$

$P(1) = 0$

$p(-1) = (-1)^3 + 3(-1)^2 - (-1) - 3$

$p(-1) = -1 + 3(1) + 1 - 3$

$p(1) = -1 + 3 + 1 - 3 = 0$

$P(-1) = 0$

$p(-3) = (-3)^3 + 3(-3)^2 - (-3) - 3$

$P(-3) = -27 + 3(9) + 3 - 3$

$= -27 + 27 + 3 - 3$

$P(-3) = 0$

$\therefore P(x) = x^3 + 3x^2 - x - 3$ కు $1, -1, -3$ శూన్యాలు అగును

బహుపది శూన్య విలువ 2

5. $p(x) = 4x^2 + 3x - 1$ అనే బహుపదికి $\frac{1}{4}, -1$ శూన్యాలు అగునో కాదో ? సరిచూడండి .

సాధన $p(x) = 4x^2 + 3x - 1$

$P(x)$ కు $(x - a)$ఒక శూన్యం అయిన $P(a) = 0$ అగును.

$p\left(\frac{1}{4}\right) = 4\left(\frac{1}{4}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{4}\right) - 1$

$= 4\left(\frac{1}{16}\right) + \frac{3}{4} - 1$

$= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 1$

$= \frac{4}{4} - 1$

$= 1 - 1 = 0$

$p\left(\frac{1}{4}\right) = 0$

$p(x) = 4x^2 + 3x - 1$

$p(-1) = 4(-1)^2 + 3(-1) - 1$

$= 4(1) - 3 - 1$

$= 4 - 4 = 0$

$p(-1) = 0$

$\therefore p(x) = 4x^2 + 3x - 1$ అనే బహుపదికి $\frac{1}{4}, -1$ శూన్యాలు అగును .

బహుపది శూన్య విలువ 2

$x \neq 1$ అయిన $\frac{x^5 + x^4 + x^3 + x^2}{x^3 + x^2 + x + 1}$ యొక్క భాగాఫలము కనుగొనండి

$$\frac{x^5 + x^4 + x^3 + x^2}{x^3 + x^2 + x + 1} = \frac{x^2(x^3 + x^2 + x + 1)}{x^3 + x^2 + x + 1} = x^2$$

N.RAJU S.A.MATHS

6. $x^2 + kx - 5$ యొక్క శూన్య విలువ 1 అయిన k విలువ ఎంత ?

సాధన : $P(x) = x^2 + kx - 5$

$P(x)$ కు 1 శూన్య విలువ అయిన $P(1) = 0$

$P(1) = 0$

$\Rightarrow 1^2 + k(1) - 5 = 0$

$\Rightarrow 1 + k - 5 = 0$

$\Rightarrow k - 4 = 0$

$\Rightarrow k = 4$

7. k యొక్క ఏ విలువకు $x^2 - x - (2k + 2)$ బహుపడది శూన్య విలువ – 4 అవుతుంది

$P(x) = x^2 - x - (2k + 2)$ శూన్య విలువ -4 కావున $P(-4) = 0$

$P(-4) = 0$

$(-4)^2 - (-4) - (2k + 2) = 0$

$16 + 4 - 2k - 2 = 0$

$20 - 2 - 2k = 0$

$18 = 2k$

$k = \frac{18}{2} = 9$

$P(x) = 2x^2 - 8x + 6$ యొక్క శూన్యాలు కనుగొని బహుపది గుణకాలకు శూన్యాలకు మధ్య గల సంబంధాన్ని సరిచూడండి

https://youtu.be/W-7xNE1shP8

https://youtu.be/SkJqTj_H7Sc

$P(x) = 2x^2 - 8x + 6$

$a = 2, b = -8 \quad c = 6$

ఇచ్చిన బహుపది వర్గ బహుపది కావున రెండు శూన్యాలు ఉండును

$P(x) = 0$

$2x^2 - 6x - 2x + 6 = 0$

$2x(x - 3) - 2(x - 3) = 0$

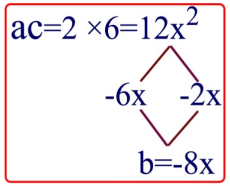
$(x - 3)(2x - 2) = 0$

$x - 3 = 0$ లేదా $2x - 2 = 0$

$x = 3$ లేదా $2x = 2$

$x = 3$ లేదా $x = 1$

శూన్యాలు 3, 1



$P(x) = 2x^2 - 8x + 6$

గుణకాలు $a = 2, b = -8 \quad c =$

5 వర్గ బహుపది శూన్యాలు

వర్గ బహుపది శూన్యాలు గుణకాలకు మధ్య సంబంధ

శూన్యాల మొత్తం $\alpha + \beta = 3 + 1 = 4 = \frac{-(-8)}{2} = \frac{-b}{a}$

శూన్యాల లబ్ధం $= \alpha\beta \quad = 3 \times 1 = 3 = \frac{6}{2} = \frac{c}{a}$

$P(x) = x^2 + x - 6$ యొక్క శూన్యాలు కనుగొనండి ,బహుపది గుణకాలకు , శూన్యాలకు మధ్య గల సంబంధాన్ని సరిచూడండి

N. RAJU S.A. MATHS

Scan QR Code with google lens app , open my videos watch videos / watch videos on my youtube channel Naiki Raju e learning academy

8. $P(x) = x^2 + 7x + 10$ యొక్క శూన్యాలు కనుగొని బహుపది గుణకాలకు , శూన్యాలకు మధ్య గల సంబంధాన్ని సరిచూడండి.

$P(x) = x^2 + 7x + 10$

$a = 1, b = 7 \quad c = 10$

ఇచ్చిన బహుపది వర్గ బహుపది కావున రెండు శూన్యాలు ఉండును

$P(x) = 0$

$x^2 + 5x + 2x + 10 = 0$

$x(x + 5) + 2(x + 5) = 0$

$(x + 5)(x + 2) = 0$

$x + 5 = 0$ లేదా $x + 2 = 0$

$x = -5$ లేదా $x = -2$

శూన్యాలు $-5, -2$

వర్గ బహుపది శూన్యాలు గుణకాలకు మధ్య సంబంధ

$P(x) = x^2 + 7x + 10$

గుణకాలు $a = 1, b = 7; \quad c = 10$

శూన్యాల మొత్తం $\alpha + \beta = (-5) + (-2) = -7 = \frac{-7}{1} = \frac{-b}{a}$

శూన్యాల లబ్ధం $= \alpha\beta \quad = (-5)(-2) = 10 = \frac{10}{1} = \frac{c}{a}$

9. $P(x) = x^2 - 3$ యొక్క శూన్యాలు కనుగొని బహుపది గుణకాలకు , శూన్యాలకు మధ్య గల సంబంధాన్ని సరిచూడండి .

$P(x) = x^2 - 3$

$a = 1, b = 0 \quad c = -3$

ఇచ్చిన బహుపది వర్గ బహుపది కావున రెండు శూన్యాలు ఉండును

$P(x) = 0$

$x^2 - 3 = 0$

$x^2 = 3$

$x = \pm\sqrt{3}$

$x = \sqrt{3}$ లేదా $x = -\sqrt{3}$

శూన్యాలు $\alpha = \sqrt{3}; \ \beta = -\sqrt{3}$

$P(x) = x^2 - 3$

గుణకాలు $a = 1, b = 0; \quad c = -3$

శూన్యాల మొత్తం $\alpha + \beta = (\sqrt{3}) + (-\sqrt{3}) = 0 = \frac{-0}{1} = \frac{-b}{a}$

శూన్యాల లబ్ధం $= \alpha\beta \quad = (\sqrt{3})(-\sqrt{3}) = -3 = \frac{-3}{1} = \frac{c}{a}$

ఒక వర్గ బహుపది యొక్క శూన్యాలు వరుసగా 2 మరియు $\frac{-1}{3}$ అయినచో ఆ బహుపది కనుగొనండి

వర్గ బహుపది శూన్యాలు $\alpha = 2, \ \beta = -\frac{1}{3}$

శూన్యాల మొత్తం $= \alpha + \beta = 2 + \left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{6-1}{3} = \frac{5}{3}$

శూన్యాల లబ్ధం $= \alpha\beta = 2\left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{-2}{3}$

α, β లు శూన్యాలు గల వర్గబహుపది

$P(x) = K[(x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta)]$

$P(x) = K\left[\left(x^2 - \left(\frac{5}{3}\right)x + \left(\frac{-2}{3}\right)\right)\right] = k\left[\frac{3x^2 - 5x - 2}{3}\right]$

$k = 3$ అయిన వర్గ బహుపది $P(x) = 3x^2 - 5x - 2$

11 శూన్యాలు ఇచ్చిన వర్గ బహుపది రాయడం

Click this link

https://youtu.be/_t-MgYwCNyU

N. RAJU S.A. MATHS

$p(x) = 3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$ యొక్క శూన్యాలు $x = 3, -1, \frac{-1}{3}$ అని చూపండి .

బహుపది గుణకాలకు మధ్య గల సంబంధాన్ని సరిచూడండి

Click this link

https://youtu.be/Z8kbn6OZpuk

ఘన బహుపది శూన్యలు గుణకాలకు మధ్య

సాధన : $p(x) = 3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$

$p(3) = 3(3)^3 - 5(3)^2 - 11(3) - 3$

$p(3) = 3(27) - 5(9) - 33 - 3$

$p(3) = 81 - 45 - 33 - 3$

$p(3) = 81 - 81$

$p(3) = 0$

$p(-1) = 3(-1)^3 - 5(-1)^2 - 11(-1) - 3$

$p(-1) = 3(-1) - 5(1) + 11 - 3$

$p(-1) = -3 - 5 + 11 - 3 = 11 - 11$

$P(-1) = 0$

$p\left(\frac{-1}{3}\right) = 3\left(\frac{-1}{3}\right)^3 - 5\left(\frac{-1}{3}\right)^2 - 11\left(\frac{-1}{3}\right) - 3$

$p\left(\frac{-1}{3}\right) = 3\left(\frac{-1}{27}\right) - 5\left(\frac{1}{9}\right) - 11\left(\frac{-1}{3}\right) - 3$

$p\left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{-1}{9} - \frac{5}{9} + \frac{11}{3} - 3$

$p\left(\frac{-1}{3}\frac{1}{2}\right) = \frac{-6}{9} + \frac{11}{3} - 3$

$p\left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{-2}{3} + \frac{11}{3} - 3$

$p\left(\frac{-1}{3}\right) = \frac{9}{3} - 3$

$p\left(\frac{-1}{3}\right) = 3 - 3$

$p\left(\frac{-1}{3}\right) = 0$

$p(x)$ కు $3, -1, \frac{-1}{3}$ లు శూన్యాలు అగును

$p(x) = 3x^3 - 5x^2 - 11x - 3$

a = 3, b = −5, c = −11, d = −3

ఘన బహుపది కు శూన్యాలు $\alpha = 3, \ \beta = -1, \ \gamma = \frac{-1}{3}$

శూన్యాల మొత్తం $\alpha + \beta + \gamma = 3 + (-1) + \left(\frac{-1}{3}\right) = 2 - \frac{1}{3}$

$= \frac{6-1}{3}$

$= \frac{5}{3} = \frac{-(-5)}{3} = \frac{-b}{a}$

$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = (3 \times -1) + \left(-1 \times \frac{-1}{3}\right) + \left(\frac{-1}{3} \times 3\right)$

$= -3 + \frac{1}{3} - 1 = -4 + \frac{1}{3} = \frac{-12+1}{3} = \frac{-11}{3} = \frac{c}{a}$

శూన్యాల లబ్ధం $= \alpha\beta\gamma = 3 \times (-1) \times \frac{-1}{3} = \frac{-(-3)}{3} = \frac{-d}{a}$

N. RAJU S.A. MATHS

10. ఘనబహుపది $p(x) = 2x^3 - 5x^2 - 14x + 8$ యొక్క శూన్యాలు $4, -2, \frac{1}{2}$ అని చూపండి .

బహుపది గుణకాలకు ,శూన్యాలకు మధ్య గల సంబంధాన్ని సరిచూడండి

ఘన బహుపది శూన్యలు గుణకాలకు మధ్య

సాధన : $p(x) = 2x^3 - 5x^2 - 14x + 8$

$x = 4, -2, \frac{1}{2}$

$p(4) = 2(4)^3 - 5(4)^2 - 14(4) + 8$

$p(4) = 2(64) - 5(16) - 56 + 8$

$p(4) = 128 - 80 - 56 + 8$

$p(4) = 136 - 136$

$p(4) = 0$

$p(-2) = 2(-2)^3 - 5(-2)^2 - 14(-2) + 8$

$= 2(-8) - 5(4) + 28 + 8$

$= -16 - 20 + 28 + 8$

$p(-2) = 36 - 36$

$p(-2) = 0$

$p\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 5\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 14\left(\frac{1}{2}\right) + 8$

$p\left(\frac{1}{2}\right) = 2\left(\frac{1}{8}\right) - 5\left(\frac{1}{4}\right) - 14\left(\frac{1}{2}\right) + 8$

$p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4} - \frac{5}{4} - 7 + 8$

$p\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{-4}{4} + 1$

$p\left(\frac{1}{2}\right) = -1 + 1$

$p\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

$p(x)$ కు $4, -2, \frac{1}{2}$ లు శూన్యాలు అగును

$p(x) = 2x^3 - 5x^2 - 14x + 8$

a = 2, b = −5, c = −14, d = 8

ఘన బహుపది కు శూన్యాలు $\alpha = 4, \ \beta = -2, \ \gamma = \frac{1}{2}$

శూన్యాల మొత్తం $\alpha + \beta + \gamma = 4 + (-2) + \frac{1}{2}$

$= 2 + \frac{1}{2}$

$= \frac{4+1}{2} = \frac{5}{2} = \frac{-(-5)}{2} = \frac{-b}{a}$

$\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = (4 \times -2) + \left(-2 \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times 4\right)$

$= -8 - 1 + 2 = -9 + 2 = -7 = \frac{-14}{2} = \frac{c}{a}$

శూన్యాల లబ్ధం $= \alpha\beta\gamma = 4 \times (-2) \times \frac{1}{2} = \frac{-8}{2} = \frac{-d}{a}$

N. RAJU S.A. MATHS

11. $-5, 4$ లు శూన్యాలు గల బహుపదిని రాయండి

సాధన : వర్గ బహుపదికి శూన్యాలు $\alpha = -5,\ \beta = 4$

శూన్యాల మొత్తం $\alpha + \beta = -5 + 4 = -1$

శూన్యాల లబ్ధం $\alpha\beta = -5(4) = -20$

α, β లు శూన్య లు గల బహుపది $k(x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta)$

$-5, 4$ శూన్య లు గల బహుపది $= k[x^2 - (-1)x - 20]$

$P(x) = k\ (x^2 + 1x - 20)$

$k = 1$ అయిన వర్గ బహుపది $P(x) = x^2 + 1x - 20$

12. $3, -2$ లు శూన్యాలు గల వర్గ బహుపదిని రాయండి

వర్గ బహుపది శూన్యాలు $\alpha = 3,\ \beta = -2$

α, β లు శూన్యాలు గల వర్గ బహుపది $k(x - \alpha)(x - \beta)$

కావల్సిన బహుపది $= k(x - 3)(x + 2)$

$= k(x^2 - 3x + 2x - 6)$

$P(x) = k(x^2 - 1x - 6)$

$k = 1$ అయిన వర్గ బహుపది

$P(x) = x^2 - 1x - 6$

Click this links open videos this concept

https://youtu.be/_t-MgYwCNyU https://youtu.be/NZrVo05nzRY

13. $-5, 2, 3$ లు శూన్యాలు గల ఘన బహుపది రాయండి ?

ఘన బహుపది కు శూన్యాలు

$\alpha = 3,\ \beta = 2, \gamma = -5$

α, β, γ లు శూన్యాలు గల ఘన బహుపది $= k(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$

కావల్సిన ఘన బహుపది $= k(x - 3)(x - 2)(x + 5)$

$= k(x - 3)(x^2 + 5x - 2x - 10)$

$= k(x - 3)(x^2 + 3x - 10)$

$= k[x^3 + \cancel{3x^2} - 10x - \cancel{3x^2} - 9x + 30]$

K=1 అయిన $p(x) = x^3 - 19x + 30$

ఘన బహుపది రాయడం

Click this links open videos this concept

https://youtu.be/vCs4XSi-Nig

14. వర్గ బహుపది శూన్యాల మొత్తం ,శూన్యాల లబ్ధం వరుసగా -3 మరియు 2 అయిన ఆ వర్గ బహుపది కనుగొనండి

సాధన : వర్గ బహుపది శూన్యాల మొత్తం $\alpha + \beta = -3$

శూన్యాల లబ్ధం $\alpha\beta = 2$

α, β లు శూన్య లు గల బహుపది $k(x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta)$

$= k[x^2 - (-3)x + 2]$

$= k\ (x^2 + 3x + 2)$

$k = 1$ అయిన వర్గ బహుపది $x^2 + 3x + 2$

సున్నాల మొత్తం లబ్ధము ఇచ్చిన బహుపది రాయడ

Click this links open videos this concept https://youtu.be/HN4lJMR2Dy4

15. వర్గ బహుపది శూన్యాల మొత్తం $\frac{-5}{2}$, శూన్యాల లబ్ధం 4 అయిన ఆ వర్గ బహుపది కనుగొనండి

సాధన : వర్గ సమాసం శూన్యాల మొత్తం $\alpha + \beta = \frac{-5}{2}$

శూన్యాల లబ్ధం $\alpha\beta = 4$

α, β లు శూన్య లు గల బహుపది $k(x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta)$

$= k\left[x^2 - \left(\frac{-5}{2}\right)x + 4\right]$

$= k\ (x^2 + \frac{5}{2}x + 4)$

$k\left(\frac{2x^2 + 5x + 8}{2}\right)$

$k = 2$ అయిన వర్గ బహుపది $2x^2 + 5x + 8$

సున్నాల మొత్తం లబ్ధము ఇచ్చిన బహుపది రాయడ

N. RAJU S.A. MATHS

రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణములు

1. రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణము సాధారణ రూపము వ్రాయండి

సాధన : $ax + by + c = 0, a, b, c \in R, a^2 + b^2 \neq 0$

https://youtu.be/ZGD_x0_EDeI

Click this links open videos this concept

2. $2x + y - 5 = 0$ మరియు $3x - 2y - 4 = 0$ రేఖీయ సమీకరణములు ఖండన రేఖలా? సమాంతర రేఖలా?ఏకీభవించు రేఖలా?

సాధన : ఇచ్చిన రేఖీయ సమీకరణాలు

$2x + 1y - 5 = 0$ | $3x - 2y - 4 = 0$

$a_1 = 2\quad b_1 = 1\quad c_1 = -5$ | $a_2 = 3\ b_2 = -2\ c_2 = -4$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{3}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{1}{-2} = \frac{-1}{2}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{-5}{-4} = \frac{5}{4}$$

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ కావున ఇచ్చిన రేఖీయ సమీకరణాలు ఖండన రేఖలు

4.1

3. $x + 4y = 2$ మరియు $6x + 8y = 5$ రేఖీయ సమీకరణములు ఖండన రేఖలా? సమాంతర రేఖలా?ఏకీభవించు రేఖలా?

సాధన : ఇచ్చిన రేఖీయ సమీకరణాలు

$3x + 4y = 2$ | $6x + 8y = 5$

$3x + 4y - 2 = 0 ......(1)$ | $6x + 8y - 5 = 0 ......(2)$

$a_1 = 3\quad b_1 = 4\quad c_1 = -2$ | $a_2 = 6,\quad b_2 = 8,\ c_2 = -5$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{-2}{-5} = \frac{2}{5}$$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ కావున ఇచ్చిన రేఖీయ సమీకరణాలు సమాంతర రేఖలు

4.1

4. $2x - 3y = 5$ మరియు $4x - 6y = 10$ రేఖీయ సమీకరణములు ఖండన రేఖలా? సమాంతర రేఖలా?ఏకీభవించు రేఖలా?

సాధన : ఇచ్చిన రేఖీయ సమీకరణాలు

https://youtu.be/ZGD_x0_EDeI

Click this links open videos this concept

$2x - 3y = 5$ | $4x - 6y = 10$

$2x - 3y - 5 = 0.....(1)$ | $4x - 6y - 10 = 0........(2)$

$a_1 = 2\quad b_1 = -3\quad c_1 = -5$ | $a_2 = 4\ b_2 = -6,\ c_2 = -10$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{-3}{-6} = \frac{1}{2}, \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{-5}{-10} = \frac{1}{2}$$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ కావున ఇచ్చిన రేఖీయ సమీకరణాలు ఏకీభవించు రేఖలు

5. $2x + py = -5$ మరియు $3x + 3y = -6$ లు ఏకైక సాధన కలిగిన p విలువను కనుగొనండి.

సాధన : ఇచ్చిన రేఖీయ సమీకరణాలు

$2x + py = -5$ | $3x + 3y = -6$

$2x + py + 5 = 0$ | $3x + 3y + 6 = 0$

$a_1 = 2\quad b_1 = p\quad c_1 = 5$ | $a_2 = 3\ b_2 = 3,\ c_2 = 6$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{3}, \quad \frac{b_1}{b_2} = \frac{p}{3} \quad \frac{c_1}{c_2} = \frac{5}{6}$$

ఇచ్చిన రేఖీయ సమీకరణాలకు ఏకైక సాధన ఉండాలంటే అవి ఖండన రేఖలు కావలెను

$$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$$

$$\frac{2}{3} \neq \frac{p}{3}$$

$$\frac{6}{3} \neq p$$

$$p \neq 2$$

$\therefore$ p విలువ $= R - \{2\}$

N. RAJU S.A. MATHS

6. $2x - ky + 3 = 0$ మరియు $4x + 6y - 5 = 0$ లు సమాంతరములైన k విలువను కనుగొనండి.

సాధన : ఇచ్చిన రేఖీయ సమీకరణాలు

$2x - ky + 3 = 0$	$4x + 6y - 5 = 0$
$a_1 = 2$, $b_1 = -k$, $c_1 = 3$	$a_2 = 4$, $b_2 = 6$, $c_2 = -5$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, $\frac{b_1}{b_2} = \frac{-k}{6}$, $\frac{c_1}{c_2} = \frac{3}{5}$

ఇచ్చిన రేఖీయ సమీకరణాలు సమాంతరములైన

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2}$$
$$\frac{1}{2} = \frac{-k}{6}$$
$$\frac{6}{2} = -k$$
$$k = -3$$

∴ k విలువ $= -3$

7. $3x + 4y + 2 = 0$ మరియు $9x + 12y + k = 0$ లు ఏకీభవించు రేఖలైన k విలువను కనుగొనండి.

$3x + 4y + 2 = 0$	$9x + 12y + k = 0$
$a_1 = 3$, $b_1 = 4$, $c_1 = 2$	$a_2 = 9$, $b_2 = 12$, $c_2 = k$

$\frac{a_1}{a_2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, $\frac{b_1}{b_2} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$, $\frac{c_1}{c_2} = \frac{2}{k}$

ఇచ్చిన రేఖీయ సమీకరణాలు ఏకీభవించు రేఖలైన $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$ అగును.

$$\frac{1}{3} = \frac{1}{3} = \frac{2}{k}$$
$$\frac{1}{3} = \frac{2}{k}$$

∴ $k = 6$

N.RAJU S.A.MATHS

$2x - y = 5$ మరియు $3x + 2y = 11$ లను చరరాశి ప్రతిక్షేపణ పద్ధతిన సాధించండి

Click this link open this concept https://youtu.be/1UhwsvQv0lw https://youtu.be/fHkz8Mq2FZs

సాధన : ఇచ్చిన రేఖీయ సమీకరణాలు

$2x - y = 5$ ....(1)
$3x + 2y = 11$..........(2)

సమీ (1) నుండి $2x - 5 = y$..........(3)

y విలువను సమీ (2) లో రాయగా

$$3x + 2y = 11$$
$$3x + 2(2x - 5) = 11$$
$$3x + 4x - 10 = 11$$
$$7x = 11 + 10$$
$$7x = 21$$
$$x = \frac{21}{7} = 3$$

x = 3 విలువను సమీ (3)లో రాయగా

$$y = 2x - 5$$
$$y = 2(3) - 5$$
$$= 6 - 5 = 1$$
$$y = 1$$

∴ $x = 3,\quad y = 1$

4.5

Scan QR Code with google lens app , open my videos watch videos / watch videos on my youtube channel Naiki Raju e learning academy

SMA IIT – 2025 IIT Foundation Basic Concepts – 2023

English medium తెలుగు మీడియం Mathematics (గణితం) Class: 6 – 10

Follow below my website, youtube channel, my blog
My Website: Satveeracademy.com
My youtube Channel : Naiki Raju e learning Academy
My Blog : Rajumaths.blogspot.com

8. $3x + 4y = 2$ మరియు $2x + 3y = 4$ లను చరరాశి తొలగించు పద్ధతిలో సాధించండి

సాధన : ఇచ్చిన రేఖీయ సమీకరణాలు

$3x + 4y = 2$ ... ... (1) $2x + 3y = 4$ ... ... (2)

సమీ (1) × 2 చేయగా $6x + 8y = 4$
సమీ (2) × 3 చేయగా $6x + 9y = 12$

$$\underline{-\quad -\quad -}$$
$$-1y = -8$$
$$y = 8$$

y = 8 ను సమీ (1)లో రాయగా

$$3x + 4y = 2$$
$$3x + 4(8) = 2$$
$$3x + 32 = 2$$
$$3x = 2 - 32$$
$$3x = -30$$
$$x = -10$$

∴ $x = -10,\quad y = 8$

4.7

https://youtu.be/racryJcgvYY

రెండు సంపూరక కోణాలలో పెద్దకోణము , చిన్నకోణము కన్నా 6^0 ఎక్కువ అయిన ఆ కోణాలను కనుగొనండి .

పెద్ద కోణం= x, చిన్న కోణం = y అనుకుందాం

x, y లు సంపూరకాలు అయిన $x + y = 180^0$ ... ... (1)

పెద్దకోణం = చిన్నకోణం +6

$$x = y + 6 ...... (2)$$

x విలువను సమీ (1)లో రాయగా

$$x + y = 180^0$$
$$y + 6 + y = 180^0$$
$$2y + 6 = 180^0 \quad 2y = 180 - 6$$
$$2y = 174 \quad y = \frac{174}{2} = 87$$

y=87 ను సమీ (2)లో రాయగా

$$x = y + 6$$
$$x = 87 + 6 = 93$$

ఆ కోణాలు $= 87^0,\ 93^0$

గ్రాఫ్ పద్ధతిన సాధనాలు కనుగొనడం

scan with goolge lens app watch this video

https://youtu.be/IdA95Ht4xUI https://youtu.be/wFJ2nv1CzzQ

4.17 4.18

5. వర్గ సమీకరణాలు

వర్గ సమీకరణాల పరిచయం

1. సమాన మూలాలు గల వర్గ సమీకరణం రాయండి

సాధన : $(x-2)(x-2) = 0$

$x^2 - 2x - 2x + 4 = 0$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

5.1 వర్గ సమీకరణాలు పరిచయం

2. వాస్తవ సంఖ్యలు మూలాలుగా లేని వర్గ సమీకరణం రాయండి

సాధన : వాస్తవ సంఖ్యలు మూలాలుగా లేని వర్గ సమీకరణం

$x^2 + 4 = 0$

https://youtu.be/cLKIN8RhO18
click this link watch video

3. $3, -2$ లు మూలాలు గల వర్గ సమీకరణం రాయండి

వర్గ సమీకరణం మూలాలు $\alpha = 3,\ \beta = -2$

α, β లు మూలాలు గల వర్గ సమీకరణం $= (x-\alpha)(x-\beta) = 0$

$(x-3)(x+2) = 0$

$x^2 - 3x + 2x - 6 = 0$

$x^2 - 1x - 6 = 0$

$2, 3$ లు మూలాలు గా గల x లో వర్గసమీకరణం రాయండి	$-3, -2$ లు మూలాలు గా గల x లో వర్గసమీకరణం రాయండి
$-2, 3$ లు మూలాలు గా గల x లో వర్గసమీకరణం రాయండి	$\sqrt{2}, -\sqrt{2}$ లు మూలాలు గా గల x లో వర్గసమీకరణం రాయండి
$5, -7$ లు మూలాలు గా గల x లో వర్గసమీకరణం రాయండి	

N. RAJU S.A. MATHS

4. కారణాంక పద్ధతిన $2x^2 - 5x + 3 = 0$ యొక్క మూలాలను కనుగొనుము

https://youtu.be/vrBVyD9nBzA
click this link watch video

వర్గ సమీకరణం $2x^2 - 5x + 3 = 0$

$a = 2,\ b = -5,\ c = 3$

$2x^2 - 5x + 3 = 0$

$2x^2 - 2x - 3x + 3 = 0$

$2x(x-1) - 3(1x-1) = 0$

$(x-1)(2x-3) = 0$

$(x-1) = 0$ లేదా $(2x-3) = 0$

$x = 1$ లేదా $2x = 3$

$x = 1$ లేదా $x = \frac{3}{2}$

$\therefore$ వర్గ సమీకరణం మూలాలు $1, \frac{3}{2}$

ac =2.3 =$6x^2$

-2x   -3x

b = -5x

వర్గ సమీకరణం కారణాంక పద్ధతి

5. $100x^2 - 20x + 1 = 0$ యొక్క మూలాలను కనుగొనుము

వర్గసమీకరణం $100x^2 - 20x + 1 = 0$

$10^2x^2 - 2(10)x + 1^2 = 0$

$(10x-1)^2 = 0 \qquad (a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2)$

$10x - 1 = 0$

$10x = 1$

$x = \frac{1}{10}$

$\therefore$ వర్గ సమీకరణం మూలాలు $\frac{1}{10}, \frac{1}{10}$

6. కారణాంక పద్ధతిన $x^2 - 3x - 10 = 0$ యొక్క మూలాలను కనుగొనుము

7. $2x^2 + x - 6 = 0$ యొక్క మూలాలను కనుగొనుము

8. $x(x+4) = 12$ యొక్క మూలాలను కనుగొనుము.

$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0,\ a, b, c \in R \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

వర్గ సమీకరణం కారణాంక పద్ధతి

9. $x^2 + 5x + 6 = 0$ వర్గసమీకరణం సూత్ర పద్ధతిన సాధించండి

సాధన: ఇచ్చిన వర్గసమీకరణం $x^2 + 5x + 6 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$ తో పోల్చగా

$a = 1,\quad b = 5,\quad c = 6$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(6)}}{2(1)}$

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4(1)(6)}}{2(1)} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2}$

$x = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{2}$

$x = \frac{-5+1}{2},\quad x = \frac{-5-1}{2}$

$x = \frac{-4}{2} = -2,\quad x = \frac{-6}{2} = -3$

వర్గసమీకరణం సాధనలు $-2, -3$

5.6

https://youtu.be/MNpCvP6Po6k
click this link watch video

$2x^2 - 4x + 3 = 0$ యొక్క విచక్షణి కనుగొని తద్వారా మూలాల స్వభావము ను తెలపండి.

సాధన : ఇచ్చిన వర్గ సమీకరణం $2x^2 - 4x + 3 = 0$

$a = 2,\quad b = -4,\ c = 3$

విచక్షణి $b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(2)(3)$

$= 16 - 24 = -8 < 0$

$b^2 - 4ac < 0$ కావున మూలాలు వాస్తవ సంఖ్యలు కాదు

వర్గమూలాలు విచక్షణి

$3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$ యొక్క విచక్షణి కనుగొని తద్వారా మూలాల స్వభావము ను తెలపండి. ఒక వేళ మూలాలు వాస్తవ సంఖ్యలైతే వానిని కనుగొనుము .

ఇచ్చిన వర్గ సమీకరణం $3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0$

https://youtu.be/WSxjWCvC60A
click this link watch video

$a = 3,\quad b = -2,\ c = \frac{1}{3}$

విచక్షణి $= b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(3)(\frac{1}{3}) = 4 - 4 = 0$

$b^2 - 4ac = 0$ కావున మూలాలు వాస్తవాలు మరియు సమానం

మూలాలు $= \frac{-b}{a} = \frac{-(-2)}{3} = \frac{2}{3}$

$2x^2 + kx + 3 = 0$ యొక్క రెండు మూలాలు సమానం అయితే k విలువ కనుగొనుము.

ఇచ్చిన వర్గ సమీకరణం $2x^2 + kx + 3 = 0$

$a = 2, \quad b = k, \quad c = 3$

మూలాలు వాస్తవాలు మరియు సమానం కావున $b^2 - 4ac = 0$

$$k^2 - 4(2)(3) = 0$$
$$k^2 - 24 = 0$$
$$k^2 = 24$$
$$k = \sqrt{24}$$

https://youtu.be/WSxjWCvC60A click this link watch video

$kx(x - 2) + 6 = 0$ వర్గసమీకరణం యొక్క రెండు మూలాలు సమానం అయితే k విలువ కనుగొనుము.

10. $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$ వర్గసమీకరణం యొక్క మూలాలమొత్తం , మూలాల లబ్ధం కనుగొనుము.

సాధన : వర్గసమీకరణం $3x^2 - 4\sqrt{3}x + 4 = 0$

$a = 3 \quad b = -4\sqrt{3}, \quad c = 4$

వర్గసమీకరణం మూలాలు α, β లు అయిన

మూలాలమొత్తం $\alpha + \beta = \frac{-b}{a} = \frac{-(-4\sqrt{3})}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$,

మూలాల లబ్ధం $\alpha\beta = \frac{c}{a} = \frac{4}{3}$

11. $\sqrt{3}x^2 + 9x + 6\sqrt{3} = 0$ వర్గసమీకరణం యొక్క మూలాలమొత్తం , మూలాల లబ్ధం కనుగొనుము.

12. $x^2 - 10x = 9 = 0$ వర్గసమీకరణం యొక్క మూలాలమొత్తం , మూలాల లబ్ధం కనుగొనుము.

13. $2x^2 + x - 4 = 0$ వర్గసమీకరణం యొక్క మూలాలమొత్తం , మూలాల లబ్ధం కనుగొనుము.

SMA
IIT – 2025
IIT Foundation Basic Concepts – 2023

English medium
తెలుగు మీడియం
Mathematics (గణితం)
Class: 6 – 10
Follow below my website, youtube channel, my blog
My Website: Satveeracademy.com
My youtube Channel : Naiki Raju e learning Academy
My Blog : Rajumaths.blogspot.com

6. శ్రేఢులు

1. 5, 1, –3, –7, ...అంక శ్రేఢిలో 10 వ పదము కనుగొనండి

ఇచ్చిన అంకశ్రేఢి 5, 1, –3, –7, ...

మొదటి పదం $a = 5, a_2 = 1$

పదాంతరం $d = a_2 - a_1 = 1 - 5 = -4$

n వ పదం $a_n = a + (n-1)d$

10 వ పదం $a_{10} = a + 9d = 5 + 9(-4)$

$a_{10} = 5 - 36 = -31$

$\therefore$ 10 వ పదం $a_{10} = -31$

https://youtu.be/I8YLNk6Um1o

click this link watch video

2. 10, 7, 4 , ...అంక శ్రేఢిలో 30 వ పదము మరియు n వ పదం కనుగొనండి

ఇచ్చిన అంకశ్రేఢి 10, 7, 4 , ...

మొదటి పదం $a = 10, \quad a_2 = 7$

పదాంతరం $d = a_2 - a_1 = 7 - 10 = -3$

n వ పదం $a_n = a + (n-1)d$

30 వ పదం $= a_{30} = a + 29d = 10 + 29(-3)$

$a_{30} = 10 - 87 = -77$

$\therefore$ 30 వ పదం $a_{30} = -77$

n వ పదం $a_n = a + (n-1)d = 10 + (n-1)(-3) = 10 - 3(n-1)$

$a_n = 10 - 3n + 3$

$\therefore \quad a_n = 13 - 3n$

3. HW $-3, \frac{-1}{2}, 2$.............. అంక శ్రేఢిలో 11 వ పదము కనుగొనండి

4. 4, 10, 16, 22, ... అనే జాబితా అంకశ్రేఢి అగునా ? అంకశ్రేఢి అయితే తరువాత వచ్చే మూడు పదాలను రాయుము. https://youtu.be/whacpzqss4Q click this link watch video

సాధన : 4, 10, 16, 22, ...

$a_1 = 4, \quad a_2 = 10, \quad a_3 = 16, \quad a_4 = 22$

$a_2 - a_1 = 10 - 4 = 6$

$a_3 - a_2 = 16 - 10 = 6$

$a_4 - a_3 = 22 - 16 = 6$

వరుస పదాల భేదం సమానం కావున ఇది అంకశ్రేఢి ఆగను

సామాన్య భేదం = d = 6

$a_5 = a_4 = +d = 22 + 6 = 28$

$a_6 = a_5 = +d = 28 + 6 = 34$

$a_7 = a_6 = +d = 34 + 6 = 40$

$\therefore$ తరువాతి 3 పదాలు 28, 34, 40

5. $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32}, \ldots$ అనే జాబితా అంకశ్రేఢి అగునా ?అంకశ్రేఢి అయితే తరువాత వచ్చే మూడు పదాలను రాయుము.

ఇచ్చిన శ్రేఢి $\sqrt{2}, \sqrt{8}, \sqrt{18}, \sqrt{32}, \ldots$, , ...

https://youtu.be/whacpzqss4Q
click this link watch video

$a_1 = \sqrt{2},$

$a_2 = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = 2\sqrt{2},$

$a_3 = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2},$

$a_4 = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$

$a_2 - a_1 = 2\sqrt{2} - \sqrt{2} = \sqrt{2}$

$a_3 - a_2 = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$

$a_4 - a_3 = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$

వరుస పదాల భేదం సమానం కావున ఇది అంకశ్రేఢి ఆగను

సామాన్య భేదం = d = $\sqrt{2}$

$a_5 = a_4 = +d = 4\sqrt{2} + \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

$a_6 = a_5 = +d = 5\sqrt{2} + \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

$a_7 = a_6 = +d = 6\sqrt{2} + \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

∴ తరువాతి 3 పదాలు $5\sqrt{2}, 6\sqrt{2}, 7\sqrt{2}$

6. $-2, 2, 3, -3, \ldots$ అనే జాబితా అంకశ్రేఢి అగునా ?అంకశ్రేఢి అయితే తరువాత వచ్చే మూడు పదాలను రాయుము.

7. $0.2, 0.22, 0.222, 0.2222 \ldots$ అనే జాబితా అంకశ్రేఢి అగునా ?

8. $-10, -6, -2, 2 \ldots$ అనే జాబితా అంకశ్రేఢి అగునా ?అంకశ్రేఢి అయితే తరువాత వచ్చే మూడు పదాలను రాయుము.

9. $21, 18, 15 \ldots$ అంక శ్రేఢిలో ఎన్నవ పదము (-81) అవుతుంది?

ఇచ్చిన అంకశ్రేఢి $21, 18, 15 \ldots$

మొదటి పదం $a = 21$, $a_2 = 18$

పదాంతరం d = $a_2 - a_1 = 18 - 21 = -3$

అంకశ్రేఢి n వ పదం $a_n = -81$ అనుకుందాం

అంకశ్రేఢి లో n వ పదం $a_n = a + (n-1)d$

$$-81 = 21 + (n-1)(-3)$$
$$-81 = 21 - 3(n-1)$$
$$-81 = 21 - 3n + 3$$
$$-81 = 24 - 3n$$
$$3n = 24 + 81$$
$$3n = 105$$
$$n = \frac{105}{3}$$
$$n = 35$$

∴ అంక శ్రేఢిలో 35 వ పదము (-81) అవుతుంది.

https://youtu.be/mzF_67pOvBo
click this link watch video

10. 5, 11, 17, 23, ... అంక శ్రేఢిలో 301 వుంటుందో లేదో కనుగొనుము

ఇచ్చిన అంకశ్రేఢి 5, 11, 17, 23, ...

https://youtu.be/mzF_67pOvBo
click this link watch video

మొదటి పదం $a = 5$, $a_2 = 11$

పదాంతరం d = $a_2 - a_1 = 11 - 5 = 6$

అంకశ్రేఢి n వ పదం $a_n = 301$ అనుకుందాం

అంకశ్రేఢి లో n వ పదం $a_n = a + (n-1)d$

$$301 = 5 + (n-1)(6)$$
$$301 = 5 + 6n - 6$$
$$301 = 6n - 1$$
$$301 + 1 = 6n$$
$$302 = 6n$$
$$n = \frac{302}{6}$$
$$n = 50.33$$

అయితే n ధన పూర్ణ సంఖ్య కాదు కావున 301 ఇచ్చిన జాబితాలో వుండదు.

11. $a_1 = 5, a_4 = 9\frac{1}{2}$ అయిన a_2 , a_3 ను కనుగొనుము?

సాధన : $a_1 = 5 = \frac{10}{2}$; $a_4 = 9\frac{1}{2} = \frac{19}{2}$

$$a_4 = a + 3d = \frac{19}{2}$$
$$\frac{10}{2} + 3d = \frac{19}{2}$$
$$3d = \frac{19}{2} - \frac{10}{2} = \frac{9}{2}$$
$$3d = \frac{9}{2}$$
$$d = \frac{9}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{2}$$
$$d = \frac{3}{2}$$
$$a_2 = a + d = \frac{10}{2} + \frac{3}{2} = \frac{13}{2}$$
$$a_3 = a + 2d = \frac{10}{2} + 2\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{10}{2} + \frac{6}{2} = \frac{16}{2} = 8$$

∴ $a_2 = \frac{13}{2}$, $a_3 = 8$

12. $a_2 = 38$, $a_6 = -22$ అయిన a_1, a_3, a_5, a_4 ల ను కనుగొనుము?

HW	
	13. 3, 8, 13, 18 .... అంక శ్రేఢిలో ఎన్నవ పదము 78 అవుతుంది
	14. ఒక అంక శ్రేఢిలో 11 వ పదము 38 మరియు 16 వ పదము 73 అయిన 31 వ పదము కనుగొనుము. **15.** ఒక అంక శ్రేఢిలో 3 వ , 9 వ పదాలు వరుసగా 4, −8 అయిన ఎన్నవ పదము సున్నా ‘ 0’ అవుతుంది.

N. RAJU S.A. MATHS

16. 3 వ పదము 5, 7 వ పదము 9 గ ఉండునట్లు ఒక అంక శ్రేడిని కనుగొనండి

సాధన : అంక శ్రేడి లో 3 వ పదము = $a_3 = a + 2d = 5$ ....(1)

అంక శ్రేడి లో 7 వ పదము = $a_7 = a + 6d = 9$ ....(2)

సమీ (2) – (1) చేయగా

$$\begin{array}{r} a + 6d = 9 \\ a + 2d = 5 \\ - \quad - \quad - \\ \hline 4d = 4 \end{array}$$

$$d = \frac{4}{4} = 1$$

d = 1 సమీ (1) లో రాయగా

$$a + 2d = 5$$
$$a + 2(1) = 5$$
$$a + 2 = 5$$
$$a = 5 - 2 = 3$$
$$a_1 = 3$$
$$a_2 = a + d = 3 + 1 = 4$$
$$a_3 = a + 2d = 3 + 2(1) = 3 + 2 = 5$$

∴ అంక శ్రేడి 3, 4, 5.........................

https://youtu.be/FyU1iwNBQGs

click this link watch video

17. 7 చే భాగించబడే మూడంకెల సంఖ్యలు అన్ని?

మూడంకెల సంఖ్యలు 100, 101, 102, ... 999

7 చే భాగించబడే మూడంకెల సంఖ్యలు 105, 112, 119, ... .994

వరుస పదాల భేదం 7 కావున ఇది అంకశ్రేడి

మొదటి పదం $a = 105$, $a_2 = 112$

పదాంతరం $d = a_2 - a_1 = 112 - 105 = 7$

అంకశ్రేడి n వ పదం $a_n = 994$అనుకుందాం

అంకశ్రేడి లో n వ పదం $a_n = a + (n - 1)d$

$$994 = 105 + (n - 1)(7)$$
$$994 = 105 + 7(n - 1)$$
$$994 = 105 + 7n - 7$$
$$994 = 98 + 7n$$
$$994 - 98 = 7n$$
$$7n = 896$$
$$n = \frac{896}{7}$$
$$n = 128$$

∴ కావున 7 చే భాగించబడే మూడంకెల సంఖ్యలు 128 ఉన్నాయి

https://youtu.be/M3diqYg1T64

click this link watch video

N. RAJU S.A. MATHS

10, 7, 4 , ..., −62 అంక శ్రేడిలో చివరి నుండి 11 వ పదమును కనుగొనుము

ఇచ్చిన అంకశ్రేడి 10, 7, 4 , ..., −62

మొదటి పదం $a = 10$, $a_2 = 7$

పదాంతరం $d = a_2 - a_1 = 7 - 10 = -3$

అంకశ్రేడి n వ పదం $a_n = -62$ అనుకుందాం

అంకశ్రేడి లో n వ పదం $a_n = a + (n - 1)d$

$$-62 = 10 + (n - 1)(-3)$$
$$-62 = 10 - 3(n - 1)$$
$$-62 = 10 - 3n + 3$$
$$-62 = 13 - 3n$$
$$3n = 13 + 62$$
$$3n = 75$$
$$n = \frac{75}{3}$$
$$n = 25$$

∴ అంక శ్రేడిలో 25 పదాలు ఉంటాయి

చివరి నుండి 11 వ పదము అనగా మొదటి నుండి 15 వ పదము అగును

$$a_{15} = a + 14d = 10 + 14(-3) = 10 - 42 = -32$$

చివరి నుండి 11 వ పదము −32 అగును .

$a_1 = 2, a_3 = 26$ అయిన a_2 ను కనుగొనుము?

సాధన: $a_1 = 2, a_3 = 26$

$$a_3 = a + 2d = 26$$
$$2 + 2d = 26$$
$$2d = 26 - 2$$
$$2d = 24$$
$$d = \frac{24}{2}$$
$$d = 12$$
$$a_2 = a + d = 2 + 12 = 14$$
$$\therefore a_2 = 14$$

3, 8, 13, ... 253 అంక శ్రేడి యొక్క చివరి నుండి 20 వ పదమును కనుగొనుము — **HW**

అంక శ్రేడిలోని **n** పదాల మొత్తం సూత్రం

https://youtu.be/AU0ohsj9Pfo

click this link watch video

N. RAJU S.A. MATHS

18. 16, 11. 6 … … … అంక శ్రేడిలోని 23 పదాల మొత్తం కనుగొనుము.

19. సాధన :ఇచ్చిన అంకశ్రేడి

16, 11. 6 … … … …

మొదటి పదం $a = 16,\ a_2 = 11$

పదాంతరం $d = a_2 - a_1 = 11 - 16 = -5$

అంక శ్రేడిలోని n పదాల మొత్తం $= S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

అంక శ్రేడిలోని 23 పదాల మొత్తం $S_{23} = \frac{23}{2}[2(16) + 22(-5)]$

$\frac{23}{2}[32 - 110] = \frac{23}{2}(-78) = 23(-39) = -897$

అంక శ్రేడిలోని 23 పదాల మొత్తం (−897)

HW	
	20. 11, 8, 5, 2 . . . . . అంక శ్రేడిలో – 150 వుంటుందో లేదో కనుగొనుము
	21. 3 చే భాగించబడే రెండంకెల సంఖ్యలు అన్ని ?
	22. 11 చే భాగించబడే మూడంకెల సంఖ్యలు అన్ని ?
	23. 10 మరియు 250ల మధ్య గల 4 యొక్క గుణిజాల సంఖ్యను కనుగొనుము

24. ఒక అంక శ్రేడిలో 4 వ , 8వ పదాల మొత్తం 24 మరియు 6వ , 10 వ పదాల మొత్తం 44 అయిన మొదటి మూడు పదాలను కనుగొనుము.

సాధన : ఒక అంక శ్రేడిలో 4 వ , 8వ పదాల మొత్తం 24

$a_4 + a_8 = a + 3d + a + 7d = 24$

$2a + 10d = 24$…………(1)

ఒక అంక శ్రేడిలో 6 వ , 10వ పదాల మొత్తం 44

$a_6 + a_{10} = a + 5d + a + 9d = 44$

$2a + 14d = 44$……………………(2)

సమీ (2) – (1) చేయగా

$$\begin{array}{rcl} 2a + 14d &=& 44 \\ 2a + 10d &=& 24 \\ - \quad - && - \\ \hline 4d &=& 20 \end{array}$$

$d = \frac{20}{4} = 5$

d = 5 సమీ (1) లో రాయగా

$2a + 10d = 24$

$2a + 10(5) = 24$

$2a + 50 = 24$

$2a = 24 - 50 = -26$

$a = \frac{-26}{2} = -13$

$a_1 = -13$

$a_2 = a + d = -13 + 5 = -8$

$a_3 = a + 2d = -13 + 2(5) = -13 + 10 = -3$

∴ అంక శ్రేడి – 13, –8, –3, ……………………

25. 8 చే భాగించబడే మూడంకెల సంఖ్యలు మొత్తం కనుగొనండి?

26. ఒక పూల తోటలో మొదటి వరుసలో 23 గులాబీ చెట్లు , రెండవ వరుసలో 21 చెట్లు , మూడవ వరుసలో 19 చెట్లు …….వున్నాయి. చివరి వరుసలో 5 చెట్లు వున్న గులాబీ చెట్ల వరుసలేన్ని ?

27. ఒక అంకశ్రేఢిలో $a_n = (n-1)(n-2)$ అయిన మొదటి, రెండవ పదములు వరుసగా 0 మరియు మిగిలినవి ధన సంఖ్యలు అని చూపుము.

28. ఒక అంకశ్రేఢిలో 9 వ పదము (-6) పదాంతరము (d) $\frac{5}{4}$ అయిన 25 వ పదము ఎంత?

29. 5, 2 , -1,……………. అంకశ్రేఢిలో ఎన్నవ పదము -22 అగును

30. 10, 8, 6, ……………….. అంకశ్రేఢిలో ఎన్నవ పదము -28 అగును

ఒక అంక శ్రేడిలో మొదటి పదం 10 మరియు మొదటి 14 పదాల మొత్తం 1050 అయిన 20 వ పదమును కనుగొనుము.

ఒక అంక శ్రేడిలో మొదటి పదం $a = 10$ మరియు

మొదటి 14 పదాల మొత్తం $S_{14} = 1050$

అంక శ్రేడిలోని n పదాల మొత్తం $= S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$S_{14} = \frac{14}{2}[2(10) + 13d]$

$1050 = 7(20 + 13d)$

$\frac{1050}{7} = 20 + 13d$

$150 = 20 + 13d$

$150 - 20 = 13d$

$130 = 13d$

$d = \frac{130}{13} = 10$

అంక శ్రేడిలో 20 వ పదము $a_{20} = a + 19d = 10 + 19(10) = 10 + 190 = 200$

అంక శ్రేడిలో 20 వ పదము $a_{20} = 200$

31. 24, 21, 18, … … అంక శ్రేడిలో ఎన్ని పదాల మొత్తం 78 అవుతుంది.

సాధన :ఇచ్చిన అంకశ్రేడి 24, 21, 18, … …

మొదటి పదం $a = 24,\ a_2 = 21$

పదాంతరం $d = a_2 - a_1 = 21 - 24 = -3$

అంక శ్రేడిలోని n పదాల మొత్తం $= S_n = 78$

అంక శ్రేడిలోని n పదాల మొత్తం $= S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$78 = \frac{n}{2}[2(24) + (n-1)(-3)]$

$78 \times 2 = n[48 - 3(n-1)]$

$156 = n(48 - 3n + 3)$

$156 = n(51 - 3n)$

$156 = 51n - 3n^2$

$3n^2 - 51n + 156 = 0$

$3(n^2 - 17n + 52) = 0$

$1n^2 - 17n + 52 = 0$

$n^2 - 13n - 4n + 52 = 0$

$n(n - 13) - 4(n - 13) = 0$

$(n - 13)(n - 4) = 0$

$n - 13 = 0$ లేదా $n - 4 = 0$

$n = 13$ లేదా $n = 4$

పదాల సంఖ్య 4 లేదా 13

N. RAJU S.A. MATHS

7. నిరూపక రేఖాగణితం

1. (4, 0) మరియు (8, 0) అనే రెండు బిందువుల మధ్య దూరం కనుగొనండి

ఇచ్చిన రెండు బిందువులు A = (4,0), B = (8,0)

రెండు బిందువుల మధ్య దూరం $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$= \sqrt{(8-4)^2 + (0-0)^2}$

$= \sqrt{(4)^2 + (0)^2}$

$= \sqrt{16 + 0}\ \sqrt{16} = 4$ యూనిట్లు

ఉదా 1, 2 3

బిందువులు P (7, 8) మరియు Q (−2, 3) ల మధ్య దూరం కనుగొనండి

సాధన ఇచ్చిన రెండు బిందువులు P (7,8) మరియు Q (−2, 3)

రెండు బిందువుల మధ్య దూరం $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

click this link open video https://youtu.be/AcuR3b0Y-UI

$PQ = \sqrt{(-2-7)^2 + (3-8)^2}$

$= \sqrt{(-9)^2 + (-5)^2}$

$PQ = \sqrt{81 + 25} = \sqrt{106}$ యూనిట్లు

2. మూలబిందువు $'O'$ నుండి A (7, 4) ల మధ్య దూరం కనుగొనండి

సాధన : ఇచ్చిన రెండు బిందువులు O = (0,0), A (7, 4)

మూల బిందువు నుండి A బిందువుకు దూరం = OA $= \sqrt{(x)^2 + (y)^2}$

$\sqrt{(7)^2 + (4)^2} = \sqrt{49 + 16} = \sqrt{65}$

3. ఒక రేఖఖాండం యొక్క తొలి, చివరి బిందువులు M (1, −3) మరియు N (−4, 4) ల మధ్య దూరంను దగ్గరి రెండు దశాంశలకు కనుగొనండి

సాధన :- ఒక రేఖఖాండం యొక్క తొలి, చివరి బిందువులు M (1, −3) మరియు N (−4, 4)

రెండు బిందువుల మధ్య దూరం $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$MN = \sqrt{(-4-1)^2 + (4-(-3))^2} = \sqrt{(-5)^2 + (4+3)^2} = \sqrt{25 + (7)^2} = \sqrt{25 + 49}$

$= \sqrt{74} = 8.6$ యూనిట్లు

(− 5, −8) మరియు (− 5, −12) అనే రెండు బిందువుల మధ్య దూరం కనుగొనండి

ఇచ్చిన రెండు బిందువులు P (−5 , −8) మరియు Q (−5, −12)

రెండు బిందువుల మధ్య దూరం $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$PQ = \sqrt{(-5-(-5))^2 + (-12-(-8))^2}$

$= \sqrt{(-5+5)^2 + (-12+8)^2}$

$= \sqrt{(0)^2 + (-4)^2}$

$= \sqrt{0 + 16} = \sqrt{16} = 4PQ = 4$ యూనిట్లు

1. బిందువులు (0, 0) మరియు (36, 15) ల మధ్య దూరం కనుగొనండి
2. బిందువులు M (−8, 6) మరియు N (2, 0) ల మధ్య దూరం కనుగొనండి
3. బిందువులు A(4, 3) మరియు B(8, 6) ల మధ్య దూరం కనుగొనండి
4. (8, 3) మరియు (−4, 3) అనే రెండు బిందువుల మధ్య దూరం కనుగొనండి

బిందువులు (1, 7), (4 ,2) , (−1, −1) మరియు (−4, 4)లు ఒక చతురస్రం యొక్క శీర్షాలు అవుతాయని చూపండి.

click this link open video this answer https://youtu.be/_IFYuRenkUg

సాధన : - ఇచ్చిన చతురస్రం యొక్క శీర్షాలు A(1, 7), B(4 ,2) , C(-1, -1) D(-4, 4)

రెండు బిందువుల మధ్య దూరం $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$AB = \sqrt{(4-1)^2 + (2-7)^2} = \sqrt{(3)^2 + (-5)^2} = \sqrt{9 + 25} = \sqrt{34}$

$BC = \sqrt{(-1-4)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{(-5)^2 + (-3)^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}$

$CD = \sqrt{(-4-(-1))^2 + (4-(-1))^2} = \sqrt{(-4+1)^2 + (4+1)^2} = \sqrt{(-3)^2 + (5)^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}$

$DA = \sqrt{(1-(-4))^2 + (7-4)^2} = \sqrt{(1+4)^2 + (3)^2} = \sqrt{(5)^2 + (3)^2} = \sqrt{25 + 9} = \sqrt{34}$

మరియు కర్ణాలు

$AC = \sqrt{(-1-1)^2 + (-1-7)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (-8)^2} = \sqrt{4 + 64} = \sqrt{68}$

$BD = \sqrt{(-4-4)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{(-8)^2 + (2)^2} = \sqrt{64 + 4} = \sqrt{68}$

భుజాలు $AB = BC = CD = DA$ మరియు కర్ణాలు $AC = BD$

కావున $ABCD$ చతురస్రం అగును.

ఉదా 6 చతురస్రం అని చూపుట

5. బిందువు (x , y) అనునది (7, 1) మరియు (3, 5) లకు సమాన దూరంలో ఉన్నది . అయిన x మరియు y ల సంబంధమును కనుగొనండి

ఇచ్చిన బిందువులు A = (7,1) మరియు B = (3,5) P = (x , y)

A, B లకు P బిందువు సమాన దూరంలో ఉన్నది కావున PA = PB

$PA^2 = PB^2$

$(X-7)^2 + (Y-1)^2 = (X-3)^2 + (Y-5)^2$

$x^2 + 7^2 - 2.x.7 + y^2 + 1^2 - 2.y.1 = x^2 + 3^2 - 2.x.3 + y^2 + 5^2 - 2.y.5$

$\cancel{x^2} + 49 - 14x + \cancel{y^2} + 1 - 2y = \cancel{x^2} + 9 - 6x + \cancel{y^2} + 25 - 10y$

$50 - 14x - 2y = 34 - 6x - 10y$

$50 - 34 = -6x - 10y + 14x + 2y$

$16 = 8x - 8y$

$8 \times 2 = 8(x - y)$

$x - y = 2$

ఉదా 8 , 9

1. A (6, 5) మరియు B (−4, 3) లకు సంమనదూరం లో Y −అక్షంపై ఉన్న బిందువుల నిరూపకాలను కనుగొనండి

click this link open video this answer https://youtu.be/fACUQHU4Bcw

బిందువులు A = (6,5) మరియు B = (−4,3)

Y −అక్షంపై x నిరూపకం సున్నకావున బిందువు నిరూపకాలు P = (0 , y) అనుకుందాం

మధ్యదూరం $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

A, B లకు P బిందువు సమాన దూరంలో ఉన్నది కావున PA = PB

$PA^2 = PB^2$

$(0-6)^2 + (y-5)^2 = (0-(-4))^2 + (y-3)^2$

$(-6)^2 + y^2 + 5^2 - 2.y.5 = (4)^2 + y^2 + 3^2 - 2.y.3$

$36 + \cancel{y^2} + 25 - 10y = 16 + \cancel{y^2} + 9 - 6y$

$61 - 10y = 25 - 6y$

$61 - 25 = -6y + 10y$

$36 = 4y$

$y = \frac{36}{4} = 9$

$y = 9$

$Y -$ అక్షంపై ఉన్న బిందువు $= P(0, y) = (0,9)$

ఉదా 8 , 9

N. RAJU S.A. MATHS

1. బిందువు (x , y) అనునది (−2 , 8) మరియు (−3, −5) లకు సమాన దూరంలో ఉన్నది . అయిన x మరియు y ల సంబంధమును కనుగొనండి

2. X – అక్షంపై ఉంటూ బిందువులు (2, −5) మరియు (−2, 9) లకు సమన దూరంలో నున్న బిందువులను కనుగొనండి

1. బిందువులు $(x, 7)$మరియు $(1, 15)$ ల మధ్యదూరం 10 యూనిట్లు అయిన x విలువ ఎంత

బిందువులు $(x, 7)$మరియు $(1, 15)$

మధ్యదూరం 10

మధ్యదూరం $= \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$

$$10 = \sqrt{(x-1)^2 + (7-15)^2}$$
$$10^2 = (x-1)^2 + (-8)^2$$
$$100 = (x-1)^2 + 64$$
$$100 - 64 = (x-1)^2$$
$$36 = (x-1)^2$$
$$x - 1 = \sqrt{36} \quad x - 1 = \pm 6$$
$$x - 1 = 6 \quad or \quad x - 1 = -6$$
$$x = 6 + 1 = 7 \quad or \quad x = -6 + 1 = -5$$

x విలువ 7 లేదా 5

***HW* బిందువులు P(2 , −3)మరియు Q (10 , y) ల మధ్యదూరం 10 యూనిట్లు అయిన y విలువ ఎంత ?**

బిందువులు(4, −3) మరియు (8, 5) లచే ఏర్పడే రేఖాఖండమును 3: 1 నిష్పత్తిలో అంతరంగా విభజించు బిందువు నిరూపకాలు కనుగొనండి.

https://youtu.be/HV96yU36mus

సాధన : రేఖాఖండము తొలి , చివరి బిందువులు బిందువులు

A (4, −3) B (8, 5)

AB రేఖాఖండంను అంతరంగా విభజించు నిష్పత్తి $= m_1 : m_2 = 3 : 1$

విభజన సూత్రం $= \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$

$$= \left(\frac{(3 \times 8) + (1 \times 4)}{3 + 1}, \frac{(3 \times 5) + (1 \times -3)}{3 + 1}\right)$$
$$= \left(\frac{(24) + (4)}{4}, \frac{(15) + (-3)}{4}\right) =$$
$$= \left(\frac{28}{4}, \frac{12}{4}\right)$$
$$= (7, 3)$$

∴ విభజించే బిందువు = (7, 3)

ఉదా 10

1. బిందువులు(3, 5) మరియు (8 , 10) లచే ఏర్పడే రేఖాఖండమును 2: 3 నిష్పత్తిలో అంతరంగా విభజించు బిందువు నిరూపకాలు కనుగోనండి.
2. బిందువులు(−1, 7)మరియు(4 , −3) లచే ఏర్పడే రేఖాఖండమును 2: 3 నిష్పత్తిలో అంతరంగా విభజించు బిందువు నిరూపకాలు కనుగోనండి.
3. బిందువులు(a + b , a − b) మరియు (a − b , a + b) లచే ఏర్పడే రేఖాఖండమును 3 : 2 నిష్పత్తిలో అంతరంగా విభజించు బిందువు నిరూపకాలు కనుగోనండి.
4. బిందువులు(2 , 7) మరియు (12, −7) లచే ఏర్పడే రేఖాఖండము యొక్క మధ్య బిందువు నిరూపకాలు కనుగోనండి.

ఉదా 13 : బిందువులుA (−6, 10) మరియు B (3 , − 8) లచే ఏర్పడే రేఖాఖండమును బిందువు (−4, 6) ఏ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది.

సాధన : రేఖాఖండము తోలి, చివరి బిందువులు బిందువులుA (−6, 10) B (3 , − 8)

AB రేఖాఖండంను విభజించే బిందువు p = (−4, 6)

విభజన సూత్రం $= \left(\frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}, \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}\right)$

$$(-4, 6) = \left(\frac{(m_1 \times 3) + (m_2 \times -6)}{m_1 + m_2}, \frac{(m_1 \times -8) + (m_2 \times 10)}{m_1 + m_2}\right)$$
$$(-4, 6) = \left(\frac{(3m_1) + (-6m_2)}{m_1 + m_2}, \frac{(-8m_1) + (10m_2)}{m_1 + m_2}\right)$$

రెండు బిందువులు సమానం కావున x, y నిరూపకాలు సమానం

$$-4 = \frac{(3m_1) + (-6m_2)}{m_1 + m_2}$$
$$-4(m_1 + m_2) = 3m_1 - 6m_2$$
$$-4m_1 - 4m_2 = 3m_1 - 6m_2$$
$$-4m_1 - 3m_1 = -6m_2 + 4m_2$$
$$-7m_1 = -2$$
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{-2}{-7}$$
$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{2}{7}$$
$$m_1 : m_2 = 2 : 7$$

విభజించే నిష్పత్తి $m_1 : m_2 = 2 : 7$

ఉదా 13

https://youtu.be/kExLEjTWrWk

click this link watch video

బిందువులు(3, 0) మరియు (−1 , 4) లచే ఏర్పడే రేఖాఖండము యొక్క మధ్య బిందువు నిరూపకాలు కనుగోనండి.

click this link watch video https://youtu.be/PWhL5kMmA6Y

రేఖాఖండము యొక్క చివరి బిందువు నిరూపకాలు A = (3, 0), B = (−1 , 4)

మధ్య బిందువు $= \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$$= \left(\frac{3 + (-1)}{2}, \frac{0 + 4}{2}\right)$$
$$= \left(\frac{2}{2}, \frac{4}{2}\right)$$

మధ్య బిందువు = (1, 2)

ఉదా 11 మధ్య బిందువు

SMA Satveer Mokshitha Academy
IIT – 2025
IIT Foundation Basic Concepts – 2023
English medium
తెలుగు మీడియం
Mathematics (గణితం)
Class: 6 – 10
Follow below my website, youtube channel, my blog
My Website: Satveeracademy.com
My youtube Channel : Naiki Raju e learning Academy
My Blog : Rajumaths.blogspot.com

1. AB వ్యాసంగా గల వృత్తం యొక్క కేంద్రం $(2,-3)$ మరియు ఒక బిందువు $B(1,-4)$ అయిన A బిందువు యొక్క నిరుపకాలు కనుగొనండి.

వృత్తం యొక్క కేంద్రం $(2,-3)$

వ్యాసం ఒక చివర బిందువు $B(1,-4)$

వృత్తం యొక్క కేంద్రం వ్యాసంనకు మధ్య బిందువు అగును

వృత్తం వ్యాసంనకు మరొక చివర బిందువు $A(x,y)$ అనుకుందాం

$$\text{మధ్య బిందువు} = \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

$$(2,-3) = \left(\frac{x+1}{2}, \frac{y-4}{2}\right)$$

రెండు బిందువులు సమానం కావున x, y నిరూపకాలు సమానం

$$2 = \frac{x+1}{2}, \quad -3 = \frac{y-4}{2}$$

$$4 = x+1, \quad -6 = y-4$$

$$x = 4-1, \quad y = -6+4$$

$$x = 3, \quad y = -2$$

వ్యాసంనకు మరొక చివర బిందువు $A(x,y) = (3,-2)$

ఉదా 11 మధ్య బిందువు

https://youtu.be/PWhL5kMmA6Y

click this link watch video

ఉదా 14 :బిందువులు $A(2,-2)$ మరియు $B(-7, 4)$ లచే ఏర్పడు రేఖాఖండము యొక్క త్రిథాకరణ బిందువులు కనుగోనండి.

త్రిథాకరణ బిందువులు అనగా ఒక రేఖాఖండమును 1: 2 మరియు 2: 1 నిష్పత్తిలో విభజించు బిందువులు

రేఖాఖండము తోలి , చివరి బిందువులు బిందువులు$A(2,-2)$ $B(-7, 4)$

https://youtu.be/eJtTnwlvVm0

AB రేఖాఖండంను 1 : 2 నిష్పత్తి విభజించు బిందువు P అనుకుందాం $m_1 : m_2 = 1:2$

$$\text{విభజన సూత్రం} = \left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$$

$$P = \left(\frac{(1\times -7)+(2\times 2)}{1+2}, \frac{(1\times 4)+(2\times -2)}{1+2}\right)$$

$$P = \left(\frac{(-7)+(4)}{3}, \frac{(4)+(-4)}{3}\right) =$$

$$= \left(\frac{3}{3}, \frac{0}{3}\right)$$

$$P = (1,0)$$

ఉదా 14 త్రిథాకరణ బిందువులు

∴ విభజించే బిందువు = (1,0)

AB రేఖాఖండంను 2 : 1 నిష్పత్తి విభజించు బిందువు Q అనుకుందాం $= m_1 : m_2 = 1:2$

$$\text{విభజన సూత్రం} = \left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$$

$$Q = \left(\frac{(2\times -7)+(1\times 2)}{1+2}, \frac{(2\times 4)+(1\times -2)}{1+2}\right)$$

$$= \left(\frac{(-14)+(2)}{3}, \frac{(8)+(-2)}{3}\right) =$$

$$= \left(\frac{-12}{3}, \frac{6}{3}\right)$$

$$= (-4,2)$$

∴ విభజించే బిందువు = (−4, 2)

∴ త్రిథాకరణ బిందువులు $P(1,0)$ $Q(-4,2)$

5. బిందువులు $(2,-6)$ మరియు $(-4, 8)$ లచే ఏర్పడు రేఖాఖండము యొక్క త్రిథాకరణ బిందువులు కనుగోనండి.

6. బిందువులు $(-3, -5)$ మరియు $(-6, -8)$ లచే ఏర్పడు రేఖాఖండము యొక్క త్రిథాకరణ బిందువులు కనుగోనండి.

7. బిందువులు $A(4,-1)$ మరియు $B(-2, -3)$ లచే ఏర్పడు రేఖాఖండము యొక్క త్రిథాకరణ బిందువులు కనుగోనండి.

2. బిందువులు$(4.-6)$, $(2,-2)$ మరియు $(2,5)$ లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజం యొక్క గురుత్వ కేంద్రం కనుగోనండి.

త్రిభుజం యొక్క శీర్షాలు$(4.-6)$, $(2,-2)$ మరియు $(2,5)$

$$\text{త్రిభుజం యొక్క గురుత్వ కేంద్రం } G = \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

$$G = \left(\frac{4+2+2}{3}, \frac{-6+(-2)+5}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{8}{3}, \frac{-8+5}{3}\right)$$

$$= \left(\frac{8}{3}, \frac{-3}{3}\right)$$

$$\therefore \text{ త్రిభుజం యొక్క గురుత్వ కేంద్రం } G = \left(\frac{8}{3}, -1\right)$$

ఉదా 12 గురుత్వకేంద్రం

https://youtu.be/41Ti9uEonAg

బిందువులు$(2,3)$, (x, y) మరియు $(3,-2)$లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజం యొక్క గురుత్వ కేంద్రం(x, y) అయిన (x, y) ని కనుగోనండి.

త్రిభుజం యొక్క శీర్షాలు $(2,3)$, (x, y) మరియు $(3,-2)$

త్రిభుజం యొక్క గురుత్వ కేంద్రం $G = (x, y)$

$$\text{త్రిభుజం యొక్క గురుత్వ కేంద్రం } G = \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

$$(x, y) = \left(\frac{2+x+3}{3}, \frac{3+y+(-2)}{3}\right)$$

$$(x, y) = \left(\frac{5+x}{3}, \frac{1+y}{3}\right)$$

రెండు బిందువులు సమానం కావున x, y నిరూపకాలు సమానం

$$x = \frac{5+x}{3}, \quad y = \frac{1+y}{3}$$

$$3x = 5+x, \quad 3y = 1+y$$

$$3x - x = 5, \quad 3y - y = 1$$

$$2x = 5, \quad 2y = 1$$

$$x = \frac{5}{2}, \quad y = \frac{1}{2}$$

$$\therefore = (x, y) = \left(\frac{5}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

ఉదా 12 గురుత్వకేంద్రం

https://youtu.be/41Ti9uEonAg

click this link watch video

బిందువులు(5, -6) మరియు (-1, -4) లచే ఏర్పడు రేఖాఖండమును Y – అక్షము ఏ నిష్పత్తిలో విభజిస్తుంది ఆ ఖండన బిందువు కనుగొనుము

సాధన : బిందువులు $A(5,-6)$ మరియు $B(-1,-4)$ లచే ఏర్పడు రేఖాఖండము AB ను

Y – అక్షము విభజించే నిష్పత్తి $m_1 : m_2$ అనుకుందాం.

$$\text{విభజన సూత్రం} = \left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$$

$$Q = \left(\frac{(m_1\times -1)+(m_2\times 5)}{m_1+m_2}, \frac{(m_1\times -4)+(m_2\times -6)}{m_1+m_2}\right)$$

$$= \left(\frac{-1m_1+5m_2}{m_1+m_2}, \frac{(-4m_1-6m_2)}{m_1+m_2}\right) =$$

Y – అక్షముపై ఉన్న బిందువు యొక్క నిరూపకాలలో X – నిరూపకం సున్న కావున

$$\frac{-1m_1+5m_2}{m_1+m_2} = 0$$

$$-1m_1+5m_2 = 0$$

$$1m_1 = 5m_2$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{5}{1}$$

AB ను Y – అక్షము విభజించే నిష్పత్తి 5 : 1

ఉదా 15

https://youtu.be/-KjyXwj6zuo

click this link watch video

N. RAJU S.A. MATHS

1. బిందువులు$(3. -5)$, $(-7, 4)$ మరియు $(10, -2)$ లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజం యొక్క గురుత్వ కేంద్రం కనుగొనండి.

2. బిందువులు$(-1, 3)$, $(6, -3)$ మరియు $(-3, 6)$ లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజం యొక్క గురుత్వ కేంద్రం కనుగొనండి.

3. బిందువులు$(6, 2)$, $(0, 0)$ మరియు $(4, -7)$ లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజం యొక్క గురుత్వ కేంద్రం కనుగొనండి.

4. బిందువులు$(1, -1)$, $(0, 6)$ మరియు $(-3, 0)$ లు శీర్షాలుగా గల త్రిభుజం యొక్క గురుత్వ కేంద్రం కనుగొనండి.

ఉదా 16 17	గతంలో వచ్చిన ప్రశ్నలు నిరూపక రేఖాగణితం	Polycet నిరూపక రేఖాగణితం
https://youtu.be/sIWS89c2abE	click this link watch video	

ఒక రేఖాఖండం యొక్క తొలి , చివరి బిందువులు వరుసగా $(2, 3), (4, 5)$ ఆ రేఖాఖండం యొక్క వాలు కనుగొనండి

సాధన : ఒక రేఖాఖండం యొక్క తొలి , చివరి బిందువులు $(2,3), (4,5)$

రేఖాఖండం యొక్క వాలు $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$m = \frac{5-3}{4-2} = \frac{2}{2} = 1$$

8. $A\ (3,2)$ $B(-8, 2)$ లు ఒకే రేఖపై ఉన్నచో ఆ రేఖ వాలు కనుగొనండి

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు $A\ (3,2)$ $B(-8,2)$

రేఖ వాలు $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$m = \frac{2-2}{-8-3} = \frac{0}{-11} = 0$$

వాలు m = 0

రేఖ వాలు

https://youtu.be/Kil9fTM_nsE

click this link watch video

9. $A\ (4, -6)$, $B(7, 2)$ లు ఒకే రేఖపై ఉన్నచో ఆ రేఖ వాలు కనుగొనండి

10. ఈ క్రింద ఇచ్చిన రెండు బిందువుల గుండా పోయే రేఖ వాలు కనుగొనండి

i) $A\ (4, -6)$, $B(7, 2)$	ii) $A\ (8, -4)$, $B(-4, 8)$	v) $A\ (-4, 2)$ $B\ (-4, -2)$
iii) $A\ (-2, -5)$ $B(1, -7)$	iv) $A\ (2, 1)$ $B(2, 6)$	vi) $A\ (-2, 8)$ $B\ (-2, -2)$

బిందువులు $(2, 5)$మరియు $(x, 3)$ ల గుండా పోయే రేఖా వాలు 2 అయిన విలువను x కనుగొనుము

సాధన : ఇచ్చిన బిందువులు $A\ (2,5)$ $B(x, 3)$

రేఖ వాలు m = 2

రేఖ వాలు $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$2 = \frac{3-5}{x-2}$$
$$2(x-2) = -2$$
$$2x - 4 = -2$$
$$2x = -2 + 4$$
$$2x = 2$$
$$x = 1$$

రేఖ వాలు

11. బిందువులు $(-7, -4)$ మరియు $(-2, a)$ ల గుండా పోయే రేఖా వాలు 4 అయిన a విలువను కనుగొనుము

8. సరూప త్రిభుజాలు

రెండు త్రిభుజాలు సరూపాలు కావాలంటే ఏ ఏ నియమాలు పాటించాలి

రెండు త్రిభుజాలు సరూపాలు కావాలంటే

- వాటి అనురూప కోణాలు సమానంగా ఉండాలి మరియు

  వాటి అనురూప భుజాలు ఒకే నిష్పత్తిలో ఉండాలి

ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతమ

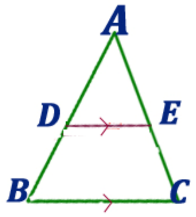
థేల్స్ సిద్ధాంతం నిరూపణ

https://youtu.be/oC4EOx3fPaA

click this link watch video

2. ΔABC లో $BC \parallel DE$ మరియు $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{5}$, $AC = 5.6\ cm$ అయిన AE విలువ ఎంత ?

సాధన ΔABC లో $BC \parallel DE$ ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి



$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

కాని $\frac{AD}{DB} = \frac{3}{5}$ కావున $\frac{AE}{EC} = \frac{3}{5}$

AC = 5.6 సెం. మీ

$$\frac{AE}{AC - AE} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{AE}{5.6 - AE} = \frac{3}{5}$$

అడ్డ గుణకారం చేయగా 5 AE = 3(5.6 – AE)

5 AE = 16.8 – 3 AE

5 AE + 3 AE = 16.8

8 AE = 16.8

$$AE = \frac{16.8}{8} = 2.1$$

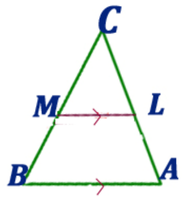
AE = 2.1 సెం. మీ

https://youtu.be/32U04R70GRs

3. ΔABC లో $AB \parallel LM$ మరియు $AL = x - 3$, $AC = 2x$, $BM = x - 2$, $BC = 2x + 3$ అయిన x విలువ ఎంత ?

సాధన ΔABC లో $BC \parallel LM$

ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంతము నుండి



$$\frac{AL}{AC} = \frac{BM}{BC}$$

$$\frac{x-3}{2x} = \frac{x-2}{2x+3}$$

$$(x-3)(2x+3) = (2x)(x-2)$$

$$2x^2 + 3x - 6x - 9 = 2x^2 - 4x$$

$$-3x - 9 = -4x$$

$$4x - 3x = 9$$

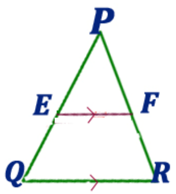
$$x = 9$$

https://youtu.be/yD0J2vln2eU

click this link watch video

4. ΔPQR లో భుజాలు PQ మరియు PR ల పై బిందువులు వరుసగా E మరియు F మరియు $PE = 3.9\ cm, EQ = 3\ cm,\ PF = 3.6\ cm, FR = 2.4\ cm$ అయిన $EF \parallel QR$ అవునో,కాదో తెలపండి

సాధన :- ΔPQR లో భుజాలు PQ మరియు PR ల పై బిందువులు వరుసగా E మరియు F



$PE = 3.9\ cm, EQ = 3\ cm,$
$PF = 3.6\ cm, FR = 2.4\ cm$

$$\frac{PE}{EQ} = \frac{3.9}{3} = 1.3$$

$$\frac{PF}{FR} = \frac{3.6}{2.4} = \frac{36}{24} = \frac{3}{2} = 1.5$$

$$\frac{PE}{EQ} \neq \frac{PF}{FR}$$

ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంత విపర్యం నుండి $EF \nparallel QR$

https://youtu.be/YpBw6Yh7VqQ
click this blue color link

5. ΔABC లో భుజాలు AB మరియు AC ల పై బిందువులు వరుసగా D మరియు E మరియు $AD = 1.26\ cm, AE = 2.52\ cm, AB = 1.8\ cm, AC = 3.6\ cm$ అయిన $BC \parallel DE$ అవునో , కాదో తెలపండి

సాధన : ΔABC లో భుజాలు AB మరియు AC ల పై బిందువులు వరుసగా D మరియు E

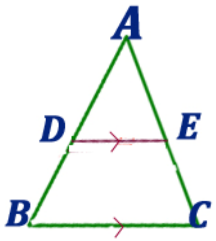
$AD = 1.26\ cm, AE = 2.52\ cm,$
$AB = 1.8\ cm, AC = 3.6\ cm$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{1.26}{1.80} = \frac{12.6}{18} = 0.7$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{2.52}{3.6} = \frac{25.2}{36} = 0.7$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$$

ప్రాథమిక అనుపాత సిద్ధాంత నుండి $BC \parallel DE$



https://youtu.be/YpBw6Yh7VqQ
click this blue color link

HW 7. ΔPQR లో భుజాలు PQ మరియు PR లపై బిందువులు వరుసగా E మరియు F మరియు $PE = 4\ cm, EQ = 4.5\ cm, PF = 8\ cm, FR = 9\ cm$ అయిన $EF \parallel QR$ అవునో , కాదో తెలపండి .

6. రెండు సరూపత్రిభుజాల చుట్టుకొలతలు వరుసగా 30 సెం. మీ మరియు 20 సెం. మీ మొదటి త్రిభుజంలోని ఒక భుజం కొలత 12 సెం. మీ అయిన రెండవ త్రిభుజంలోని దాని అనురూపభుజం కొలతను కనుగొనండి

రెండు సరూపత్రిభుజాల చుట్టుకొలతలు వరుసగా 30 సెం. మీ మరియు 20 సెం. మీ

రెండు సరూపత్రిభుజాల చుట్టుకొలతలు వాటి అనురూప భుజాల నిష్పత్తికి సమానం

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ అనుకుందాం

$$\frac{\Delta ABC \text{ చుట్టుకొలత}}{\Delta DEF \text{ చుట్టుకొలత}} = \frac{AB}{DE}$$

$$\frac{30}{20} = \frac{12}{DE}$$

$$\frac{3}{2} = \frac{12}{DE}$$

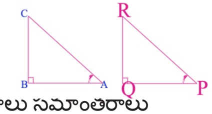
$$3\ DE = 12 \times 2$$

$$DE = \frac{24}{3} = 8 \text{ సెం.మీ}$$

https://youtu.be/JNDrx7lljkM
click this blue color link

click blue color link in pdf files or Scan QR code with google lens app watch solution videos

8 1.65 మీ పొడవు గల ఒక వ్యక్తి నీడ పొడవు 1.8 మీ అదే సమయంలో ఒక దీప స్తంభము 5.4 మీ పొడవు గల నీడను ఏర్పరచిన,ఈ దీప స్తంభము పొడవు ఎంత ?



ΔABC మరియు ΔPQR లలో

$\angle B = \angle Q = 90^0$

$\angle C = \angle R$ (AC PR, ఏ సమయంలోనైనా ఒకే ప్రాంతములో సూర్య కిరణాలు సమాంతరాలు

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ (కో కో సరూప నియమం నుండి)

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$$ (సరూపత్రిభుజాల అనురూప భుజాలు సమానం)

$$\frac{1.65}{PQ} = \frac{1.8}{5.4}$$

$$\frac{1.65}{PQ} = \frac{18}{54}$$

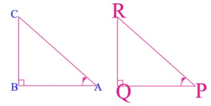
$$\frac{1.65}{PQ} = \frac{1}{3}$$

$PQ = 1.65 \times 3 = 4.95$ మీ

ఆ దీప స్తంభము పొడవు 4.95 మీ .

https://youtu.be/1Ott6Dv2AcY
click this blue color link

9. 4 మీ పొడవు గల స్తంభము 6 మీ పొడవు గల నీడను ఏర్పర్చును . అదే సమయంలో దగ్గరలో గల భవనం 24 మీ పొడవు గల నీడను ఏర్పరచిన ఆ భవనం ఎత్తు ఎంత ?



ΔABC మరియు ΔPQR లలో

$\angle B = \angle Q = 90^0$

$\angle C = \angle R$ (AC , PR, ఏ సమయంలోనైనా ఒకే ప్రాంతములో సూర్య కిరణాలు సమాంతరాలు

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ (కో కో సరూప నియమం నుండి)

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR}$$ (సరూపత్రిభుజాల అనురూప భుజాలు సమానం)

$$\frac{6}{24} = \frac{4}{PQ}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{4}{PQ}$$

$PQ = 4 \times 4 = 16$ మీ

ఆ భవనం ఎత్తు 16 మీ .

https://youtu.be/1Ott6Dv2AcY
click this blue color link

10. 18 మీటర్ల పొడవు గల ఒక నిలువు స్తంభం పై కొనకు 24 మీటర్ల పొడవు గల ఒక తీగ కట్టబడినది. భూమిపై స్తంభం నుండి ఎంత దూరంలో ఆ మేకును పాతిన ఆ తీగ బిగుతు గా ఉండును

స్తంభం పొడవు $BC = 18$ మీ

తీగ పొడవు $AC = 24$ మీ

పైథాగరస్ సిద్ధాంతం నుండి

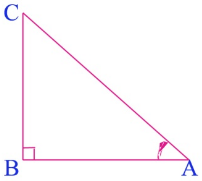
$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$24^2 = 18^2 + BC^2$$

$$576 = 324 + BC^2$$

$$BC^2 = 576 - 324 = 252$$

$BC = \sqrt{36 \times 7} = 6\sqrt{7}$ మీ



https://youtu.be/HuUtLTDj2LY
click this blue color link

N. RAJU S.A. MATHS

	పైథాగరస్ సిద్ధాంతం నిరూపణ		

25 మీ పొడవు గల నిచ్చెన గోడపై 20 మీ ఎత్తున గల కిటికీని తాకుచున్నది . అయిన ఆ నిచ్చెన అడుగు భాగము గోడ నుండి ఎంత దూరంలో ఉన్నది

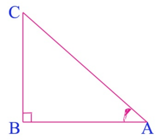
నిచ్చెన పొడవు 25 మీ

పైదాగారాస్ సిద్ధాంతం నుండి

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \; \ldots..$$
$$25^2 = 20^2 + BC^2 \; \ldots..$$
$$625 = 400 + BC^2$$
$$BC^2 = 625 - 400 = 225$$

$BC = \sqrt{225} = 15$ మీ

కావున నిచ్చెన అడుగు భాగము నేలపై గోడ నుండి 15 మీ దూరములో ఉన్నది



17. 6 మీ మరియు 11 మీ పొడవు గల రెండు స్థంభాలు ఒక చదునైన నేలపై ఉన్నాయి . ఆ రెండు స్థంభాల అడుగు భాగాల మధ్య దూరము 12 మీ అయిన ఆ రెండు స్థంభాల పై కొనల మధ్య దూరం ఎంత ?

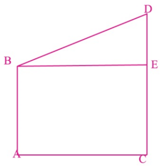
రెండు స్థంభాల ఎత్తులు $AB = 6$ మీ మరియు $CD = 11$ మీ

రెండు స్థంభాల మధ్య దూరం $AC = BE = 12$ మీ

ఆ రెండు స్థంభాల పై కొనల మధ్య దూరం BD

పైదాగారాస్ సిద్ధాంతం నుండి

$$BD^2 = BE^2 + DE^2 \; \ldots..$$
$$BD^2 = 12^2 + 5^2 \; \ldots..$$
$$BD^2 = 144 + 25 = 169$$
$$BD = \sqrt{169} = 13 \text{ మీ}$$



https://youtu.be/HuUtLTDj2LY

click this blue color link

18. ఒక లంబ కోణ త్రిభుజములో కర్ణం దాని అతి చిన్న భుజం రెట్టింపు కన్నా 6 మీ ఎక్కువ మూడవ భుజం కర్ణము కన్నా 2 మీ తక్కువ అయిన ఆ త్రిభుజ భుజాలను కనుగొనుము

Solution : అతి చిన్న భుజం x మీ , అప్పుడు కర్ణం = $(2x + 6)$మీ

మరియు మూడవ భుజం = $(2x + 6 - 2)$మీ = $(2X - 4)$మీ

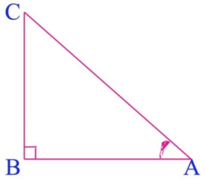
పైదాగారాస్ సిద్ధాంతం నుండి

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \; \ldots..$$
$$(2x + 6)^2 = x^2 + (2x + 4)^2$$
$$4x^2 + 24x + 36 = x^2 + 4x^2 + 16x + 16$$
$$4x^2 + 24x + 36 = 5x^2 + 16x + 16$$
$$0 = 5x^2 + 16x + 16 - 4x^2 - 24x - 36$$
$$x^2 - 8x - 20 = 0$$
$$(x - 10)(x + 2) = 0$$
$$X - 10 = 0 \text{ లేదా } x + 2 = 0$$
$$x = 10 \text{ లేదా } x = -2$$

x అనేది త్రిభుజ భుజం కావున రుణవిలువ కానేరదు

$$\therefore x = 10$$

అందువలన ఆ త్రిభుజ భుజాలు 10 మీ , 26 మీ మరియు 24మీ



click blue color link in pdf files or Scan QR code with google lens app watch solution videos

18	రెండు భుజాలు ఒక కోణం ఇచ్చిన సరూప త్రిభుజం నిర్మాణం	https://youtu.be/ePTEQVQFenc
19	మూడు భుజాలు ఇచ్చిన సరూప త్రిభుజం నిర్మాణం	https://youtu.be/t5gWexdYpi8

9. వృత్తాలకు స్పర్శరేఖలు మరియు చేదన రేఖలు

1. 9 సెం. మీ. వ్యాసార్థం గల వృత్తానికి దాని కేంద్రం నుండి 15 సెం. మీ దూరంలో ఒక బిందువు కలదు అయిన ఆ బిందువు నుండి వృత్తానికి గీయబడిన స్పర్శరేఖ పొడవు కనుగొనుము.

వృత్త వ్యాసార్థం r = 9 సెం. మీ

వృత్త కేంద్రం నుండి బాహ్య బిందువుకు దూరం = d = 15 సెం. మీ

వృత్తానికి గీయబడిన స్పర్శరేఖ పొడవు = $T = \sqrt{d^2 - r^2} = \sqrt{15^2 - 9^2}$

$= \sqrt{225 - 81} = \sqrt{144} = 12$ మీ

https://youtu.be/5INdQnjQ1Pk

3. 5 సెం. మీ. వ్యాసార్థం గల వృత్తాన్ని PQ స్పర్శరేఖ P వద్ద తాకింది . వృత్త కేంద్రం O' నుండి స్పర్శరేఖ పై గల బిందువు Q నకు దూరం OQ = 12 సెం. మీ అయిన PQ పొడవు కనుగొనుము

వృత్త వ్యాసార్థం OP = r = 5 సెం. మీ

వృత్త కేంద్రం నుండి స్పర్శరేఖ పై గల బిందువు దూరం

= OQ = 12 సెం. మీ

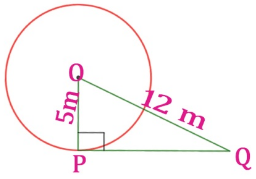
వృత్త స్పర్శ రేఖ స్పర్శ బిందువు వద్ద దాని వ్యాసార్థానికి లంబము

$$\angle OPQ = 90^0$$

ΔOPQ లో పైథాగరస్ సిద్ధాంతము నుండి

$$OQ^2 = OP^2 + PQ^2$$
$$12^2 = 5^2 + PQ^2$$
$$144 = 25 + PQ^2$$
$$PQ^2 = 144 - 25 = 119$$

వృత్తానికి గీయబడిన స్పర్శరేఖ పొడవు = PQ = $\sqrt{119}$



https://youtu.be/5INdQnjQ1Pk

5 సెం. మీ మరియు 3 సెం. మీ వ్యాసార్థం తో రెండు ఏక కేంద్ర వృత్తాలు గీయబడ్డాయి. చిన్న వృత్తాన్ని స్పర్శించే పెద్ద వృత్తం యొక్క జ్యా పొడవు కనుగొనుము.

ఏక కేంద్ర వృత్తల వ్యాసార్థం **R = 5** సెం. మీ , **r = 3** సెం. మీ

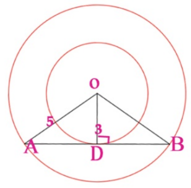
AB చిన్న వృత్తానికి స్పర్శ రేఖ అయిన

వృత్త స్పర్శ రేఖ స్పర్శ బిందువు వద్ద దాని వ్యాసార్థానికి లంబము

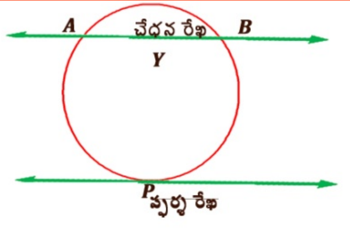
$$\angle ODA = 90^0$$

ΔOAD లో పైథాగరస్ సిద్ధాంతము నుండి

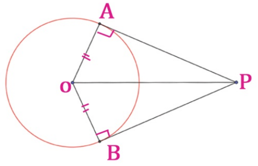
$$OA^2 = OD^2 + AD^2$$
$$5^2 = 3^2 + AD^2$$
$$25 = 9 + AD^2$$
$$AD^2 = 25 - 9 = 16$$
$$AD = \sqrt{16} = 4$$
$$AB = 2\,AD = 2 \times 4 = 8 \text{ సెం. మీ}$$



.ఒక వృత్తాన్ని గీయండి. వృత్తానికి బాహ్యంలో గల ఒక రేఖకు సమాంతరంగా ఒక స్పర్శరేఖ ను , ఒక ఛేదన రేఖను గీయండి



5. 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తానికి P అనే బిందువు బాహ్యంలో కలదు. P బిందువు గుండా వృత్తానికి గీయబడిన స్పర్శరేఖలు PA మరియు PB సమానం అని చూపండి



'O' కేంద్రముగా గల వృత్తానికి P అనేది బాహ్య బిందువు $PA = PB$

OA, OB, OP లను కలపండి

ΔOAP మరియు ΔOBP లలో

$OA = OB$ (ఒకే వృత్త వ్యాసార్ధాలు)

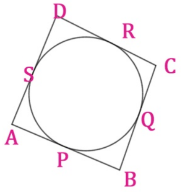
$OP = OP$ (ఉమ్మడి భుజం)

అందువలన లం. క. భు . సర్వ సమాన స్వీకృతం ప్రకారము $\Delta OAP \cong \Delta OBP$

సర్వ సమాన త్రిభుజాలలో అనురూప భాగాలు సమానం

దీని నుండి $PA = PB$ అగును

6. ABCD చతుర్భుజంలోని అన్ని భుజాలను తాకే విధంగా ఒక వృత్తం అంతర్లిఖించబడిన అది P, Q, R, S బిందువుల వద్ద $AB + CD = BC + DA$ అగును



పటంలో చూపిన విధంగా

ABCD భుజాలు AB, BC, CD, DA లను వృత్తము P, Q, R, S బిందువుల వద్ద స్పర్శించింది

బాహ్య బిందువు నుడ్ని వృత్తానికి గీయబడిన స్పర్శరేఖ పొడవులు సమానం

$AP = AS$
$BP = BQ$
$DR = DS$
$CR = CQ$

వీటిని కలుపగా

$AP + BP + DR + CR = AS + BQ + DS + CQ$
$(AP + BP) + (DR + CR) = (AS + DS) + (CQ + BQ)$
$AB + CD = BC + DA$

2.	ఏక కేంద్ర వృత్తలు ఇచ్చి బాహ్య వృత్తం పై బిందువు నుండి స్పర్శ రేఖలు గీయడం	click this blue color link https://youtu.be/ibmoLwTL0_E
3.	బాహ్య బిందువు నుండి వృత్తానికి రెండు స్పర్శ రేఖలు గీయడం	https://youtu.be/LighpD5QxT4

1. 'O' కేంద్రముగా గల వృత్తం యొక్క వ్యాసార్ధం 6 సెం. మీ. వృత్తం కేంద్రం 'O' నుండి బిందువు P కు గల దూరం $OP = 10$ సెం. మీ అయిన స్పర్శరేఖ పొడవు PA కనుగొనుము

2. ఒక వృత్త వ్యాసము చివరి బిందువుల వద్ద గీయబడిన స్పర్శ రేఖలు సమాంతరమని చూపండి

10. క్షేత్రమితి

1. ఒక గోళం , ఒక స్థూపం , ఒక శంఖువు ఒకే ఎత్తు , ఒకే వ్యాసార్ధం కల్గియున్నాయి. అయినచో వాటి వక్రతల వైశాల్యము నిష్పత్తి కనుగొనుము

గోళం , స్థూపం , శంఖువు వ్యాసార్ధం r అనుకుందాం

గోళము ఎత్తు = వ్యాసం = $2r$

శంఖువు ఎత్తు = స్థూపము ఎత్తు = గోళము ఎత్తు = $2r$

శంఖువు ఏటవాలు ఎత్తు $= \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{r^2 + (2r)^2} = \sqrt{r^2 + 4r^2} = \sqrt{5r^2} = r\sqrt{5}$

గోళము ఉపరితల వైశాల్యం $S_1 = 4\pi r^2$

స్థూపము ఉపరితల వైశాల్యం $S_2 = 2\pi rh = 2\pi r \times 2r = 4\pi r^2$

శంఖువు ఉపరితల వైశాల్యం= $S_3 = \pi rl = \pi r(r\sqrt{5}) = \sqrt{5}\,\pi r^2$

ఉపరితల వైశాల్యము నిష్పత్తి $S_1 : S_2 : S_3 = 4\pi r^2 : 4\pi r^2 : \sqrt{5}\pi r^2 = 4 : 4 : \sqrt{5}$

https://youtu.be/0cABjuznvC0

click this blue color link

2. ఒక స్థూపము ఉపరితల వైశాల్యం, శంఖువు యొక్క వక్రతల వైశాల్యమునకు సమానం రెండింటి యొక్క భూవ్యాసార్ధములు సమానం అయిన స్థూపం ఎత్తు శంఖువు యొక్క ఏటవాలు ఎత్తుల నిష్పత్తి ఎంత?

సాధన :– స్థూపం , శంఖువు వ్యాసార్ధం r అనుకుందాం

స్థూపం ఎత్తు "h", శంఖువు ఏటవాలు ఎత్తు " l" అనుకుందాం

స్థూపము యొక్క ఉపరితల వైశాల్యం $= 2\pi rh$, శంఖువు యొక్క వక్రతల వైశాల్యము $= \pi rl$

స్థూపము ఉపరితల వైశాల్యం, శంఖువు యొక్క వక్రతల వైశాల్యమునకు సమానం

$$2\pi rh = \pi rl$$

$$\frac{h}{l} = \frac{\pi r}{2\pi r} = \frac{1}{2}$$

స్థూపం యొక్క ఎత్తు మరియు శంఖువు యొక్క ఏటవాలు ఎత్తుల నిష్పత్తి $h : l = 1 : 2$

3. ఒక స్థూపం మరియు ఒక శంఖువు సమాన వ్యాసార్ధం మరియు ఎత్తు కల్గియున్నాయి అయినచో వాటి ఘనపరిమాణములనష్పత్తి 3 : 1 అని చూపుము

స్థూపం , శంఖువు భూ వ్యాసార్ధం r ,

శంఖువు ఎత్తు = స్థూపము ఎత్తు = h అనుకుందాం

స్థూపము ఘనపరిమాణము $V_1 = \pi r^2 h$

శంఖువు ఘనపరిమాణము $V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

స్థూపము ఘనపరిమాణము మరియు శంఖువు ఘనపరిమాణముల నిష్పత్తి

$V_1 : V_2 = \pi r^2 h : \frac{1}{3}\pi r^2 h \quad = 1 : \frac{1}{3} = 3 : 1$

4. ఒక గోళం , ఒక స్థూపం , ఒక శంఖువు ఒకే భూ వ్యాసార్థం మరియు ఒకే ఎత్తు కల్గియున్నాయి. అయినచో వాటి ఘనపరిమాణముల నిష్పత్తి కనుగొనుము

గోళం , స్థూపం , శంఖువు వ్యాసార్థం r అనుకుందాం

గోళము ఎత్తు = వ్యాసం = 2r

శంఖువు ఎత్తు = స్థూపము ఎత్తు = గోళము ఎత్తు = 2r

గోళం ఘనపరిమాణము $V_1 = \frac{4}{3}\pi r^3$

స్థూపము ఘనపరిమాణము $V_2 = \pi r^2 h = \pi r^2(2r) = 2\pi r^3$

శంఖువు ఘనపరిమాణము $V_3 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi r^2(2r) = \frac{2}{3}\pi r^3$

గోళం , స్థూపము మరియు శంఖువు ఘనపరిమాణముల నిష్పత్తి $V_1 : V_2 : V_3 = \frac{4}{3}\pi r^3 : 2\pi r^3 : \frac{2}{3}\pi r^3$

$$= \frac{4}{3} : 2 : \frac{2}{3} := 4 : 6 : 2 = 2 : 3 : 1$$

5. 2.1 సెం. మీ వ్యాసార్థము కల్గిన గోళము యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము , ఘనపరిమాణము కనుగొనుము

గోళము యొక్క వ్యాసార్థము = r = 2.1 సెం. మీ

గోళము యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము $= 4\pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1$

$= 88 \times 0.3 \times 2.1 = 55.44$ చ. సెం. మీ

గోళము యొక్క ఘనపరిమాణము $= \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 2.1 \times 2.1 \times 2.1$

$= 88 \times 0.1 \times 4.41 = 38.808$ ఘ . సెం. మీ

6. అర్ధ గోళాకార బేసిన్ వ్యాసార్థం 21 సెం. మీ ఉండే విధముగా 1000 బేసిన్లు తయారు చేయడానికి కావలసిన ఉక్కు షీట్ యొక్క వైశాల్యం ఎంత?

https://youtu.be/RhYM316p6vg

అర్ధ గోళాకార బేసిన్ వ్యాసార్థం r = 21 సెం. మీ

ఒక బేసిన్ తయారు చేయడానికి కావలసిన ఉక్కు షీట్ యొక్క వైశాల్యం అర్ధ గోళం వక్రతల వైశాల్యమునకు సమానం

అర్ధ గోళం వక్రతల వైశాల్యము $2\pi r^2 = 2 \times \frac{22}{7} \times 21 \times 21$

$= 44 \times 63 = 2772$ చ. సెం. మీ

1000 బేసిన్లు తయారు చేయడానికి కావలసిన ఉక్కు షీట్ యొక్క వైశాల్యం= 1000 × 2772 చ. సెం మీ

$= \frac{1000 \times 2772}{10000}$ చ. మీ $= 277.2$ చ. మీ

7) 3.5 సెం. మీ వ్యాసార్థము కల్గిన అర్ధ గోళము యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము , ఘనపరిమాణము కనుగొనుము

అర్ధ గోళము యొక్క వ్యాసార్థము = r = 3.5 సెం. మీ

అర్ధ గోళము యొక్క ఉపరితల వైశాల్యము $= 2\pi r^2 = 2 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5$

$= 44 \times 0.5 \times 3.5 = 77$ చ. సెం. మీ

అర్ధ గోళము యొక్క సంపూర్ణతల వైశాల్యము $= 3\pi r^2 = 3 \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5$

$= 66 \times 0.5 \times 3.5 = 33 \times 3.5 = 115.5$ చ. సెం. మీ

అర్ధ గోళము యొక్క ఘనపరిమాణము $= \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{2}{3} \times \frac{22}{7} \times 3.5 \times 3.5 \times 3.5$

$= \frac{44}{3} \times 0.5 \times 12.25$

$= \frac{22}{3} \times 12.25$

$= 89.83$ ఘ . సెం. మీ

N. RAJU S.A. MATHS

8) 64 ఘ . సెం. మీ ఘనపరిమాణము గల రెండు సమ ఘనములు కలుపబడినవి అయిన ఏర్పడిన కొత్త ఘనము యొక్క ఉపరితలవైశాల్యము ఎంత ?

https://youtu.be/i9W4UFHmsgo

click this blue color link

ఒక ఘనం ఘనపరిమాణము $= a^3 = 64$ ఘ . సెం. మీ

ఘనం భుజం పొడవు $= a = \sqrt[3]{64} = 4$ సెం. మీ

రెండు సమ ఘనములు కలుపబడిన పొడవు 8 సెం. మీ అగును వెడల్పు, ఎత్తు 4 సెం. మీ ఉండును

దీర్ఘ ఘనము యొక్క ఉపరితలవైశాల్యము$= 2h(l + b) \quad = 2(4)(8 + 4)$

కొత్త ఘనము యొక్క ఉపరితలవైశాల్యము $= 8(12) = 96$ చ. సెం. మీ

12) ఒక శంఖువు యొక్క వక్రతల వైశాల్యము 4070 చ. సెం. మీ మరియు దాని వ్యాసము 70 సెం. మీ అయినచో దాని ఏటవాలు ఎత్తు కనుగొనుము

ఒక శంఖువు యొక్క వక్రతల వైశాల్యము$\pi rl = 4070$ చ. సెం. మీ

శంఖువు వ్యాసము 70 సెం. మీ అయిన వ్యాసర్ధము = r = 35 సెం. మీ

$$\pi rl = 4070$$

$$\frac{22}{7} \times 35 \times l = 4070$$

$$22 \times 5 \times l = 4070$$

శంఖువు ఏటవాలుఎత్తు $= l = \frac{4070}{22 \times 5} = \frac{4070}{110} = \frac{407}{11} = 37$

13) శంఖువు ఆకారంలో ఉన్న గుడారం యొక్క భూ వ్యాసార్థం 7 మీ , ఎత్తు 10 మీ . గుడారం నిర్మించడానికి కావలసిన బట్ట వైశాల్యం ను కనుగొనుము. బట్ట యొక్క వెడల్పు 2 మీ గా ఉన్నప్పుడు బట్ట పొడవు కనుగొనుము.

శంఖువు ఆకారంలో ఉన్న గుడారం యొక్క భూ వ్యాసార్థం $r = 7$ మీ , ఎత్తు $h = 10$ మీ

శంఖువు ఏటవాలుఎత్తు $l = \sqrt{r^2 + h^2} = \sqrt{7^2 + 10^2} = \sqrt{49 + 100} = \sqrt{149} = 12.2$ మీ

ఒక శంఖువు ఆకారంలో ఉన్న గుడారం యొక్క వక్రతల వైశాల్యము$= \pi rl = \frac{22}{7} \times 7 \times 12.2$

$= 22 \times 12.2 = 268.4$ చ. మీ

ఉపయోగించిన గుడ్డ యొక్క వైశాల్యం = 268.4 చ. మీ

https://youtu.be/yPZrDsY4zRw

https://youtu.be/0o8MwXVv_kU

click this blue color link

గుడ్డ యొక్క వెడల్పు 2 మీ

గుడ్డ యొక్క పొడవు $= \frac{\text{వైశాల్యం}}{\text{వెడల్పు}} = \frac{268.4}{2} = 134.2$ మీ

14) 6 సెం .మీ భూ వ్యాసార్థం ,7 సెం.మీ ఎత్తు కల్గిన క్రమ వృత్తాకార శంఖువు ఘనపరిమాణము కనుగొనుము.

శంఖువు భూ వ్యాసార్థం r = 6 సెం. మీ , ఎత్తు = 7 సెం. మీ

శంఖువు ఘనపరిమాణము $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 6 \times 6 \times 7$

$= 44 \times 6 = 254$ ఘ. సెం . మీ

N. RAJU S.A. MATHS

15) క్రమ వృత్తాకార యొక్క స్థూపం భూ వ్యాసార్ధం , 14 సెం.మీ మరియు ఎత్తు 21 సెం.మీ అయిన స్థూపం కల్గిన వక్రతల వైశాల్యము, సంపూర్ణ తల వైశాల్యము ఘనపరిమాణము కనుగొనుము

స్థూపం భూ వ్యాసార్ధం r = 14 సెం.మీ   ఎత్తు h = 21 సెం.మీ

స్థూపం వక్రతల వైశాల్యము $= 2\pi rh = 2 \times \frac{22}{7} \times 14 \times 21$

$= 44 \times 42 = 1848$ చ.సెం.మీ

స్థూపం సంపూర్ణ తల వైశాల్యము $= 2\pi r(h + r) = 2 \times \frac{22}{7} \times 14(21 + 14)$

$= 44 \times 2 \times 35$

$= 44 \times 70 = 3080$ చ.సెం.మీ

స్థూపం ఘనపరిమాణము $= \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 14 \times 14 \times 21 = 22 \times 2 \times 14 \times 21 = 44 \times 294 = 12936$ ఘ.సెం.మీ

16) స్థూపాకృతిలో ఉన్న నూనె పీపా 2 మీ భూ వ్యాసం 7 మీ ఎత్తు కల్గి ఉన్నవి పీపాకు రంగు వేయడానికి పెయింటర్ చదరపు మీటరుకు 3 రూ తీసుకుంటే 10 పీపా లకు రంగు వేయడానికి ఎంత ఖర్చు అవుతుంది

స్థూపాకృతిలో ఉన్న నూనె పీపా భూ వ్యాసం d = 2 మీ

భూ వ్యాసార్ధం r = 1 సెం.మీ ; ఎత్తు h = 7 మీ

స్థూపం సంపూర్ణ తల వైశాల్యము $= 2\pi r(r + h) = 2 \times \frac{22}{7} \times 1\,(1 + 7)$

$= \frac{44}{7} \times 8 = \frac{352}{7} = 50.28$

స్థూపాకృతిలో ఉన్న నూనె పీపా సంపూర్ణ తల వైశాల్యము = 50.28 చ.మీ

1 చ. మీ రంగు వేయడానికి అయ్యే ఖర్చు = రూ 3

10 పీపాలకు రంగు వేయడానికి అయ్యే ఖర్చు = 50.28 × 3 × 10రూ =రూ 1508.4

17) 20 మీటర్ల లోతు 7 మీటర్ల వ్యాసార్ధము గల గోయిని త్రవ్వగా వచ్చిన మట్టిని 22 మీటర్ల × 14 మీటర్లు కొలతలు గల ఒక దీర్ఘ ఘనకారపు అరుగుగా ఏర్పరిస్తే దాని యొక్క ఎత్తు ఎంత ?

స్థూపకారపు గోయి లోతు 20 మీటర్ల

వ్యాసార్ధము r = 7 మీటర్ల

దీర్ఘ ఘనకారపు అరుగు పొడవు 22 మీటర్ల వెడల్పు 14 మీటర్లు

స్థూపకారపు గోయి నుండి తీసిన మట్టిని దీర్ఘ ఘనకారపు అరుగుగా ఏర్పరిస్తే ఘనపరిమాణాలు సమానం

స్థూపం ఘనపరిమాణం = దీర్ఘ ఘనం ఘనపరిమాణం

$$\pi r^2 H = l.b.h$$

$$\frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 20 = 22 \times 14 \times h$$

$$22 \times 7 \times 20 = 22 \times 14 \times h$$

$$h = \frac{7 \times 20 \times 22}{22 \times 14} = \frac{20}{2} = 10$$

దీర్ఘ ఘనకారపు అరుగు ఎత్తు 10 మీ

18) 7 సెం.మీ భుజము గల సమ ఘనము నుండి ఏర్పర్చగలిగే క్రమ వృత్తాకార శంఖువు ఆకార వస్తువు యొక్క గరిష్ఠ ఘనపరిమాణం కనుగొనండి

సమ ఘనము భుజము పొడవు = a = 7 సెం.మీ

సమ ఘనము నుండి ఏర్పర్చగలిగే క్రమ వృత్తాకార శంఖువు ఆకార వస్తువు భూ వ్యాసం = d = 7 సెం.మీ

భూ వ్యాసార్ధం $r = \frac{7}{2}$ సెం.మీ ఎత్తు = h = 7 సెం.మీ

శంఖువు ఘనపరిమాణము $= \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{7}{2} \times 7$

$= \frac{1}{3} \times \frac{11 \times 7 \times 7}{2} = \frac{539}{6} = 89.83$ ఘ.సెం.మీ

click blue color link in pdf files or   Scan QR code with google lens app watch solution videos

11. త్రికోణమితి

click this blue color link

త్రికోణమితి పరిచయం	https://youtu.be/jxO4XgKTm9Q

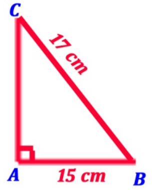
త్రికోణమితి పరిచయం

1. ఒక త్రిభుజం ABC లో ∠A లంబకోణం మరియు BC = 17 సెం.మీ AB = 15 సెం.మీ అయిన sin B, Cos C, tan B లను కనుగొనుము

సాధన : ఒక త్రిభుజం ABC లో ∠A లంబకోణం

BC = 17 సెం.మీ   AB = 15 సెం.మీ

పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం ΔABC లో



$$\text{కర్ణం}^2 = \text{ఎ.భు}^2 + \text{ఆ.భు}^2$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$17^2 = 15^2 + AC^2$$

$$289 = 225 + AC^2$$

$$289 - 225 = AC^2$$

$$64 = AC^2$$

$$AC = \sqrt{64} = 8 \text{ సెం.మీ}$$

https://youtu.be/2ywk4p2AA_o

$$\sin B = \frac{\angle B \text{ యొక్క ఎదుటి భుజం}}{\text{కర్ణం}} = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{17}$$

$$\tan B = \frac{\angle B \text{ యొక్క ఎదుటి భుజం}}{\angle B \text{ యొక్క ఆసన్న భుజం}} = \frac{8}{15}$$

$$\cos C = \frac{\angle C \text{ యొక్క ఆసన్న భుజం}}{\text{కర్ణం}} = \frac{15}{17}$$

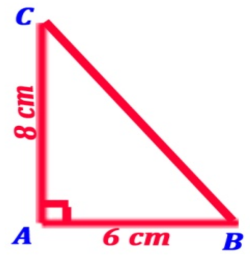
2. ఒక త్రిభుజం ABC లో ∠A లంబకోణం మరియు AC = 8 సెం.మీ AB = 6 సెం.మీ అయిన ∠B యొక్క అన్ని త్రికోణమితీయ నిష్పత్తులు కనుగొనుము.

సాధన : ఒక త్రిభుజం ABC లో ∠A లంబకోణం మరియు

AC = 8 సెం.మీ

AB = 6 సెం.మీ

పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం Δ ABC లో



$$\text{కర్ణం}^2 = \text{ఎ.భు}^2 + \text{ఆ.భు}^2$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 6^2 + 8^2$$

$$BC^2 = 36 + 64$$

$$BC^2 = 100$$

$$BC = \sqrt{100} = 10$$

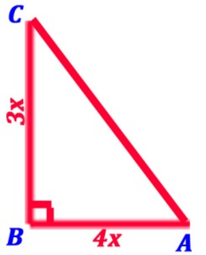
$$\sin B = \frac{\angle B \text{ యొక్క ఎదుటి భుజం}}{\text{కర్ణం}} = \frac{AC}{BC} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \qquad \operatorname{cosec} B = \frac{1}{\sin B} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$\cos B = \frac{\angle B \text{ యొక్క ఆసన్న భుజం}}{\text{కర్ణం}} = \frac{AB}{BC} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \qquad \sec B = \frac{1}{\cos B} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

$$\tan B = \frac{\angle B \text{ యొక్క ఎదుటి భుజం}}{\angle B \text{ యొక్క ఆసన్న భుజం}} = \frac{AC}{AB} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \qquad \cot B = \frac{1}{\tan B} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

N. RAJU S.A. MATHS

3. $\tan A = \frac{3}{4}$ అయిన కోణం $\angle A$ యొక్క మిగిత త్రికోణమితీయ నిష్పత్తులను కనుక్కోండి



$\tan A = \frac{3}{4}$

$\tan A = \frac{\angle A \text{ యొక్క ఎదుటి భుజం}}{\angle A \text{ యొక్క ఆసన్న భుజం}} = \frac{BC}{BA} = \frac{3x}{4x}$

ఒక త్రిభుజం Δ ABC లో $\angle B$ లంబకోణం

పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం ΔABC లో

$\text{కర్ణం}^2 = \text{ఎ.భు}^2 + \text{ఆ.భు}^2$

$AC^2 = BC^2 + AB^2$

$AC^2 = (3x)^2 + (4x)^2$

$AC^2 = 9x^2 + 16x^2$

$AC^2 = 25x^2$

$AC = \sqrt{25x^2} = 5x$

https://youtu.be/2ywk4p2AA_o

$\sin A = \frac{\angle A \text{ యొక్క ఎదుటి భుజం}}{\text{కర్ణం}} = \frac{BC}{AC} = \frac{3x}{5x} = \frac{3}{5}$

$\cos A = \frac{\angle A \text{ యొక్క ఆసన్న భుజం}}{\text{కర్ణం}} = \frac{AB}{BC} = \frac{4x}{5x} = \frac{4}{5}$

$\tan A = \frac{3}{4}$

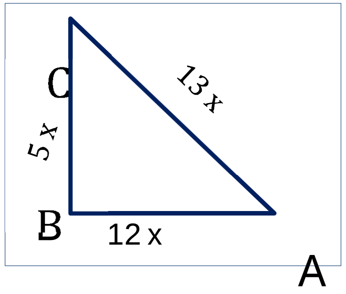
$\operatorname{cosec} A = \frac{1}{\sin A} = \frac{5}{3}$

$\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{5}{4}$

$\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{4}{3}$

4. $\cos A = \frac{12}{13}$ అయిన $\sin A$ మరియు $\tan A$ విలువలను కనుగొనుము

సాధన : – $\cos A = \frac{\angle A \text{ యొక్క ఆసన్న భుజం}}{\text{కర్ణం}} = \frac{AB}{AC} = \frac{12x}{13x}$



ఒక త్రిభుజం ABC లో $\angle B$ లంబకోణం

పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం ΔABC లో

$\text{కర్ణం}^2 = \text{ఎ.భు}^2 + \text{ఆ.భు}^2$

$AC^2 = BC^2 + AB^2$

$(13x)^2 = BC^2 + (12x)^2$

$169x^2 = BC^2 + 144x^2$

$169x^2 - 144x^2 = BC^2$

$BC^2 = 25x^2$

$BC = \sqrt{25x^2} = 5x$

$\sin A = \frac{\angle A \text{ యొక్క ఎదుటి భుజం}}{\text{కర్ణం}} = \frac{BC}{AC} = \frac{5x}{13x} = \frac{5}{13}$

https://youtu.be/2ywk4p2AA_o

$\tan A = \frac{\angle A \text{ యొక్క ఎదుటి భుజం}}{\angle A \text{ యొక్క ఆసన్న భుజం}} = \frac{BC}{BA} = \frac{5x}{12x} = \frac{5}{12}$

5. $\sin 45^0 + \cos 45^0$ విలువ ఎంత?

$\sin 45^0 + \cos 45^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}$

$= \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\,\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

6. $\cos 0^0 + \sin 90^0 + \sqrt{2}\sin 45^0$ విలువ ఎంత?

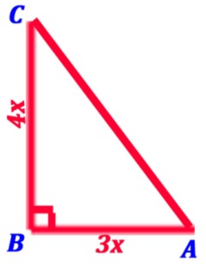
సాధన : $\cos 0^0 + \sin 90^0 + \sqrt{2}\sin 45^0$

$= 1 + 1 + \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

$1 + 1 + 1 = 3$

scan QR Code with Google Lens app   click blue color link / join my telegram group

7. $3\tan A = 4$ అయిన $\sin A - \cos A$ విలువ ఎంత ?



$3\tan A = 4$

$\tan A = \frac{4}{3}$

ఒక త్రిభుజం ABC లో $\angle B$ లంబకోణం అనుకోండాం

$\tan A = \frac{\angle A \text{ యొక్క ఎదుటి భుజం}}{\angle A \text{ యొక్క ఆసన్న భుజం}} = \frac{BC}{BA} = \frac{4x}{3x}$

పైథాగరస్ సిద్ధాంతం ప్రకారం ΔABC లో

$\text{కర్ణం}^2 = \text{ఎ.భు}^2 + \text{ఆ.భు}^2$

$AC^2 = BC^2 + AB^2$

$AC^2 = (4x)^2 + (3x)^2$

$AC^2 = 16x^2 + 9x^2$

$AC^2 = 25x^2$

$AC = \sqrt{25x^2} = 5x$

$\sin A = \frac{\text{ఎ.భు}}{\text{కర్ణం}} = \frac{BC}{AC} = \frac{4x}{5x} = \frac{4}{5}$

$\cos A = \frac{\text{ఆ.భు}}{\text{కర్ణం}} = \frac{AB}{AC} = \frac{3x}{5x} = \frac{3}{5}$

$\therefore \sin A - \cos A = \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$

8. $\sin(A - B) = \frac{1}{2}$, $\cos(A + B) = \frac{1}{2}$, $0^0 < A + B \leq 90^0, A > B$ అయిన A మరియు B విలువలను కనుగొనుము

$\sin(A - B) = \frac{1}{2}$

$\sin(A - B) = \sin 30^0$

$A - B = 30^0$ ....(1)

$\cos(A + B) = \frac{1}{2}$

$\cos(A + B) = \cos 60^0$

$A + B = 60^0$ ....(2)

సమీ (1), (2) ల నుండి

$A - B = 30^0$

$A + B = 60^0$

$2A = 90^0$

$\Rightarrow A = 45^0$

$A = 45^0$ ను సమీ (2) లో రాయగా

$A + B = 60^0$

$\Rightarrow 45^0 + B = 60^0$

$\Rightarrow B = 15^0$

$\therefore A = 45^0, B = 15^0$

https://youtu.be/q9Fvn3F_Oeo

HOMEWORK **9.** $\frac{\cos 45^0}{\sec 30^0 + \operatorname{cosec} 60^0}$ $\frac{\sec^2 60^0 - \tan^2 60^0}{\sin^2 30^0 + \cos^2 30^0}$

10. $2\tan^2 45^0 + \cos^2 30^0 - \sin^2 60^0$

సాధన : $2\tan^2 45^0 + \cos^2 30^0 - \sin^2 60^0$

$$2(1)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$$
$$= 2(1) + 0$$
$$= 2$$

11. $\tan 48^0 \tan 16^0 . \tan 42^0 . \tan 74^0 = 1$ అని చూపండి

సాధన : LHS $= \tan 48^0 \tan 16^0 . \tan 42^0 . \tan 74^0$

$$\tan 48^0 \tan 16^0 . \tan[90-48]^0 . \tan(90-16)^0$$
$$\tan 48^0 \tan 16^0 \cot 48^0 . \cot 16^0$$
$$\tan 48^0 \cot 48^0 \quad \tan 16^0 \quad \cot 16^0$$
$$= 1$$

Home work

12. $\tan(A+B) = \sqrt{3}$ మరియు $\tan(A-B) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $0^0 < A+B \le 90^0$, $A \ge B$ అయిన A మరియు B విలువలు కనుగొనుము.

13. $\sin(A+B) = 1$, $\cos(A-B) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $0^0 < A+B \le 90^0$, $A > B$ అయిన A మరియు B విలువలు కనుగొనుము.

14. $\operatorname{cosec}^2 60^0 . \sec^2 30^0 . \cos 0^0 . \sin 45^0 . \cot^2 60^0 . \tan^2 60^0 = \frac{8\sqrt{2}}{9}$ అని చూపండి

15. $\frac{1-\sin 60^0}{\cos 60^0} = 2 - \sqrt{3}$ అని చూపండి

$$\text{LHS} = \frac{1-\sin 60^0}{\cos 60^0} = \frac{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$$
$$= \frac{\frac{2-\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}$$
$$= 2 - \sqrt{3} = \text{RHS}$$

16. $\frac{1}{\cos\theta} - \cos\theta = \tan\theta . \sin\theta$ అని నిరూపించండి

సాధన : LHS $= \frac{1}{\cos\theta} - \cos\theta$

$$= \frac{1-\cos^2\theta}{\cos\theta}$$
$$= \frac{\sin^2\theta}{\cos\theta}$$
$$= \frac{\sin\theta . \sin\theta}{\cos\theta}$$
$$= \tan\theta . \sin\theta = \text{RHS}$$

17. $\frac{1-\tan^2 A}{\cot^2\theta - 1} = \tan^2 A$ అని నిరూపించండి

సాధన : $LHS = \frac{1-\tan^2 A}{\cot^2\theta - 1} = \frac{1-\tan^2 A}{\frac{1}{\tan^2 A} - 1}$

$$= \frac{1-\tan^2 A}{\frac{1-\tan^2 A}{\tan^2 A}}$$
$$= \frac{1-\tan^2 A}{1} \times \frac{\tan^2 A}{1-\tan^2 A}$$
$$= \tan^2 A$$

N. RAJU S.A. MATHS

18. $\sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$ అని నిరూపించండి

$$\text{LHS} = \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta}} = \sqrt{\frac{1+\cos\theta}{1-\cos\theta} \times \frac{1+\cos\theta}{1+\cos\theta}}$$
$$= \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)^2}{1-(\cos\theta)^2}}$$
$$= \sqrt{\frac{(1+\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}}$$
$$= \frac{\sqrt{(1+\cos\theta)^2}}{\sqrt{\sin^2\theta}}$$
$$= \frac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$$
$$= \frac{1}{\sin\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$
$$= \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$$

19. $\sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} = \sec A + \tan A$ అని నిరూపించండి

$$LHS = \sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} = \sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A} \times \frac{1+\sin A}{1+\sin A}}$$
$$= \sqrt{\frac{(1+\sin A)^2}{1-(\sin A)^2}}$$
$$= \frac{\sqrt{(1+\sin A)^2}}{\sqrt{\cos^2 A}}$$
$$= \frac{1+\sin A}{\cos A}$$
$$= \frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A}$$
$$= \sec A + \tan A$$

https://youtu.be/kxV9PmEeBgw

20. $\sin 60^0 \cos 30^0 + \sin 30^0 \cos 60^0$ విలువ గణించండి.
$\sin(60^0 + 30^0)$ విలువ ఎంత? దీని నుండి ఏమి గమనించారు

సాధన : $\sin 60^0 \cos 30^0 + \sin 30^0 \cos 60^0$

$$= \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)$$
$$= \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$
$$= \sin(60^0 + 30^0) = \sin 90^0 = 1$$
$$\sin(60^0 + 30^0) = \sin 60^0 \cos 30^0 + \sin 30^0 \cos 60^0 = 1$$

21. $\cos(60^0 + 30^0) = \cos 60^0 \cos 30^0 - \sin 60^0 \sin 30^0$ అనడం సబబేనా?

సాధన : $\cos(60^0 + 30^0) = \cos 60^0 \cos 30^0 - \sin 60^0 \sin 30^0$

$LHS : \cos(60^0 + 30^0) = \cos(90^0) = 0$

$RHS : \cos 60^0 \cos 30^0 - \sin 60^0 \sin 30^0 = \left(\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2}\right)$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{\sqrt{3}}{4} = 0$$

$LHS = RHS$ కావున

$\cos(60^0 + 30^0) = \cos 60^0 \cos 30^0 - \sin 60^0 \sin 30^0$ అనడం సబబే అగును.

N. RAJU S.A.

22. sin(A + B) = sin A + sin B అనడం సబబేనా? మీ సమాధానాన్ని సమర్థించుము.

సాధన $\sin(A+B) = \sin A + \sin B$ అనడం సబబు కాదు

$A = 60^0$, $B = 30^0$ అనుకుందాం .

$$\sin(60^0 + 30^0) = \sin 90^0 = 1$$

$$\sin 60^0 + \sin 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

కావున $\sin(60^0 + 30^0) \neq \sin 60^0 + \sin 30^0$

23. A, B లు లఘుకోణాలు అయిన tan A = cot B అయిన A + B = 90° అని చూపుము.

A, B లు లఘుకోణాలు మరియు

$$\tan A = \cot B$$
$$\tan A = \tan(90 - B)^0$$
$$A = 90 - B$$
$$A + B = 90$$

24. $\tan\theta + \cot\theta = 2$ అయిన $\tan^2\theta + \cot^2\theta$ విలువ కనుగొనుము

$\tan\theta + \cot\theta = 2$ ఇరువైపులా వర్గం చేయగా

$$(\tan\theta + \cot\theta)^2 = 2^2$$
$$\tan^2\theta + \cot^2\theta + 2\tan\theta\cot\theta = 4$$
$$\tan^2\theta + \cot^2\theta + 2 = 4 \quad \left(\because \tan\theta = \frac{1}{\cot\theta}\right)$$
$$\tan^2\theta + \cot^2\theta = 4 - 2$$
$$\tan^2\theta + \cot^2\theta = 2$$

N. RAJU S.A. MATHS

25. $\tan^2\theta + \tan^4\theta = \sec^4\theta - \sec^2\theta$ అని నిరూపించండి

సాధన $\tan^2\theta + \tan^4\theta = \tan^2\theta(1 + \tan^2\theta)$

$= (\sec^2\theta - 1)(\sec^2\theta) \quad (\because \sec^2\theta - \tan^2\theta = 1)$

$= \sec^4\theta - \sec^2\theta$

https://youtu.be/Q5x3TnKFJ7s

26. cot θ + tan θ = sec θ cosec θ అని నిరూపించండి

సాధన : LHS $= \cot\theta + \tan\theta = \frac{\cos\theta}{\sin\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

$= \frac{\cos^2\theta + \sin^2\theta}{\cos\theta\,\sin\theta}$

$= \frac{1}{\cos\theta\,\sin\theta}$

$= \frac{1}{\cos\theta} \cdot \frac{1}{\sin\theta}$

$= \sec\theta \,.\, \mathrm{cosec}\,\theta$

$=$ R.H.S

https://youtu.be/Q5x3TnKFJ7s

scan QR Code with Google Lens app click blue color link / join my telegram group

27. Sec θ + tan θ = p అయితే Sec θ – tan θ విలువ ఎంత?

సాధన : $\sec\theta + \tan\theta = p$

$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ అయితే

$$(\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$$
$$p(\sec\theta - \tan\theta) = 1$$
$$(\sec\theta - \tan\theta) = \frac{1}{p}$$

28. Sec θ + tan θ = p అయితే $\sin\theta = \frac{p^2-1}{p^2+1}$ అని చూపుము

సాధన : $\sec\theta + \tan\theta = p$ ......(1)

$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ అయితే $(\sec\theta + \tan\theta)(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

$p(\sec\theta - \tan\theta) = 1$

$(\sec\theta - \tan\theta) = \frac{1}{p}$ ......(2)

సమీ (1) + (2) చేయగా

$\sec\theta + \tan\theta = p$

$\sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{p}$

$2\sec\theta = p + \frac{1}{p}$

$2\sec\theta = \frac{p^2+1}{p}$

$\sec\theta = \frac{p^2+1}{2p}$

$\frac{1}{\cos\theta} = \frac{p^2+1}{p}$ ....(3)

సమీ (1) - (2) చేయగా

$\sec\theta + \tan\theta = p$

$\sec\theta - \tan\theta = \frac{1}{p}$

– + –

$2\tan\theta = p - \frac{1}{p}$

$2\tan\theta = \frac{p^2-1}{p}$

$\tan\theta = \frac{p^2-1}{2p}$

$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{p^2-1}{p}$ ......(4)

సమీ (4) ÷ (3) చేయగా

$$\frac{\frac{\sin\theta}{\cos\theta}}{\frac{1}{\cos\theta}} = \frac{\frac{p^2-1}{p}}{\frac{p^2+1}{p}}$$

$$\sin\theta = \frac{p^2-1}{p^2+1}$$

$\mathrm{cosec}\,\theta + \cot\theta = k$ అయితే $\cos\theta = \frac{k^2-1}{k^2+1}$ అని చూపుము.

29. $(\sec^2\theta - 1)(\mathrm{cosec}^2\theta - 1)$ ను సూక్ష్మీకరించండి

సాధన : $(\sec^2\theta - 1)(\mathrm{cosec}^2\theta - 1)$

$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ అయితే $\sec^2\theta - 1 = \tan^2\theta$

$\mathrm{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$ అయితే $\mathrm{cosec}^2\theta - 1 = \cot^2\theta$

$(\sec^2\theta - 1)(\mathrm{cosec}^2\theta - 1) = \tan^2\theta.\cot^2\theta$

$= \tan^2\theta . \frac{1}{\tan^2\theta} = 1$

30. $(1 + \cos\theta)(1 - \cos\theta)(1 + \cot^2\theta)$ ను సూక్ష్మీకరించండి

సాధన : $(1 + \cos\theta)(1 - \cos\theta)(1 + \cot^2\theta)$

$= (1 - \cos^2\theta)\left(\frac{1}{1} + \frac{\cos^2\theta}{\sin^2\theta}\right)$

$= (1 - \cos^2\theta)\left(\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin^2\theta}\right)$

$= \sin^2\theta\left(\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\sin^2\theta}\right)$ $(\because \sin^2\theta + \cos^2\theta = 1)$

$= 1$

31. $\sec A(1 - \sin A)(\sec A + \tan A)$ ను సూక్ష్మీకరించండి

సాధన : $\sec A(1 - \sin A)(\sec A + \tan A)$

$= \sec A(1 - \sin A)\left(\frac{1}{\cos A} + \frac{\sin A}{\cos A}\right)$

$= \sec A(1 - \sin A)\left(\frac{1 + \sin A}{\cos A}\right)$

$= \frac{(1 - \sin A)}{\cos A}\left(\frac{1 + \sin A}{\cos A}\right)$

$= \frac{1 - \sin^2 A}{\cos^2 A} = \frac{\cos^2 A}{\cos^2 A}$

$= 1$

32. $(\mathrm{cosec}\,\theta - \cot\theta)^2 = \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$ అని చూపుము.

సాధన : $(\mathrm{cosec}\,\theta - \cot\theta)^2 = \left(\frac{1}{\sin\theta} - \frac{\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2$

$= \left(\frac{1-\cos\theta}{\sin\theta}\right)^2$

$= \frac{(1-\cos\theta)^2}{\sin^2\theta}$

$= \frac{(1-\cos\theta)^2}{1-\cos^2\theta}$

$= \frac{(1-\cos\theta)(1-\cos\theta)}{(1-\cos\theta)(1-\cos\theta)}$

$= \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}$

33. $\mathrm{cosec}\,\theta + \cot\theta = k$ అయితే $\cos\theta = \frac{k^2-1}{k^2+1}$ అని చూపుము

సాధన : $\mathrm{cosec}\,\theta + \cot\theta = k$ ......(1)

$\mathrm{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$ అయితే

$(\mathrm{cosec}\,\theta + \cot\theta)(\mathrm{cosec}\,\theta - \cot\theta) = 1$

$k(\mathrm{cosec}\,\theta - \cot\theta) = 1$

$(\mathrm{cosec}\,\theta - \cot\theta) = \frac{1}{k}$ ....(2)

సమీ (1) + (2) చేయగా

$(\mathrm{cosec}\,\theta + \cot\theta) = k$

$(\mathrm{cosec}\,\theta - \cot\theta) = \frac{1}{k}$

$2\,\mathrm{cosec}\,\theta = k + \frac{1}{k}$

$2\,\mathrm{cosec}\,\theta = \frac{k^2+1}{k}$

$\mathrm{cosec}\,\theta = \frac{k^2+1}{2k}$

$\frac{1}{\sin\theta} = \frac{k^2+1}{k}$ ....(3)

సమీ (1) - (2) చేయగా

$(\mathrm{cosec}\,\theta + \cot\theta) = k$

$(\mathrm{cosec}\,\theta - \cot\theta) = \frac{1}{k}$

$2\cot\theta = k - \frac{1}{k}$

$2\cot\theta = \frac{k^2-1}{k}$

$\cot\theta = \frac{k^2-1}{2k}$

$\frac{\cos\theta}{\sin\theta} = \frac{k^2-1}{k}$ ......(4)

సమీ (4) ÷ (3) చేయగా

$\frac{\frac{\cos\theta}{\sin\theta}}{\frac{1}{\sin\theta}} = \frac{\frac{k^2-1}{k}}{\frac{k^2+1}{k}}$

$\cos\theta = \frac{k^2-1}{k^2+1}$

https://youtu.be/heSHpZpCNLY

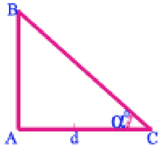
12. త్రికోణమితి అనువర్తనాలు

1 పరిశీలకుని నుండి d మీటర్ల దూరంలో నున్న ఒక క్లాక్ టవర్ యొక్క పై కోన α^0 ఊర్ధ్వ కోణం చేస్తుంది . ఈ సందర్భానికి పటాన్ని గీయండి .

సాధన :- క్లాక్ టవర్ ఎత్తు AB

క్లాక్ టవర్ నుండి పరిశీలకునికఫ్ మధ్య దూరం = AC = d మీ

$\angle ACB = \alpha^0$



2. ఒక బాలుడు ఒక విద్యుత్ స్థంభం అడుగు భాగం నుండి 8 మీటర్ల దూరంలో నున్న బిందువు నుండి విద్యుత్ స్థంభం పై భాగాన్ని 60^0 ఊర్ధ్వ కోణంతో పరిశీలించాడు . ఆ స్థంభం ఎత్తును కనుగొనండి

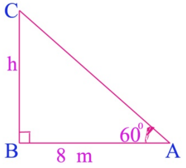
విద్యుత్ స్థంభం ఎత్తు BC= h మీ

విద్యుత్ స్థంభం అడుగు భాగం నుండి బిందువు దూరం AB = 8 మీ

$\tan 60^0 = \frac{AB}{AC} =$

$\sqrt{3} = \frac{h}{8}$

$h = 8\sqrt{3}$ మీ



https://youtu.be/4_GeuLTwzJ4

3. భూమిపై ఒక టవర్ నిటారుగా నిలిచి ఉంది . ఆ టవర్ అడుగు నుండి 15 మీటర్ల దూరం నుండి ఆ టవర్ పై కోన 45^0 ఊర్ధ్వ కోణంతో పరిశీలించాడు . ఆ టవర్ ఎత్తును కనుగొనండి

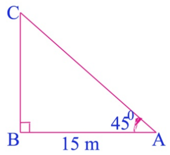
టవర్ ఎత్తు BC = h మీ

టవర్ అడుగు నుండి పరిశీలించిన స్థానం కు గల దూరం AB = 15 మీ

$\tan 45^0 = \frac{BC}{AB} =$

$1 = \frac{h}{15}$

టవర్ ఎత్తు = h = 15 మీ



https://youtu.be/A2uCjfPfDVQ

4. ఒక చెట్టు గాలికి విరిగి , విరిగిన పై భాగం భూమికి 30^0 ల కోణం చేస్తూ భూమిపై పడింది చెట్టు అడుగు భాగం నుండి , కిందపడిన చెట్టు కొన మధ్య దూరం 6 మీటర్లు . చెట్టు విరగక ముందు ఆ చెట్టు ఎత్తు ఎంత?

చెట్టు అడుగు భాగం నుండి , కిందపడిన చెట్టు కొన మధ్య దూరం 6 మీటర్లు

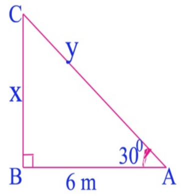
ఒక చెట్టు గాలికి విరిగి , విరిగిన పై భాగం భూమితో చేయూ కోణం 30

$\tan 30^0 = \frac{BC}{AB} =$

$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{x}{6}$

$x = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$ మీ

$\cos 30^0 = \frac{AB}{AC}$



https://youtu.be/K4Gi7gI2XOQ

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6}{y}$$

$$y = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

చెట్టు విరగక ముందు ఆ చెట్టు ఎత్తు $x + y = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ మీ

5. ఒక పార్క్ లో పిల్లలు ఆడుకోవడానికి ఒక కాంట్రాక్టర్ ఒక జారుడు బల్లను ఏర్పాటు చేయాలనుకున్నాడు దానిని 2 మీటర్ల ఎత్తులో భూమితో 30^0 ల కోణం చేసేటట్లూ ఏర్పరచాలనుకుంటే ఆ జారుడు బల్ల పొడవు ఎంత

జారుడు బల్ల ఎత్తుBC = 2 m

జారుడు బల్ల పొడవు AC

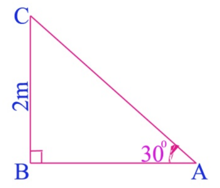
జారుడు బల్ల భూమితో చేయు కోణం= $\angle BAC = 30^0$

$$\sin 30^0 = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{AB}$$

AB = 4మీ

జారుడు బల్ల పొడవు AC = 4 మీ



6. ఒక టవర్ అడుగు భాగం నుండి భవనం పై భాగం 30^0 ఊర్ధ్వ కోణం చేస్తుంది . భవనం అడుగు భాగం నుండి టవర్ పై భాగం 60^0 ఊర్ధ్వ కోణం చేస్తుంది. టవర్ ఎత్తు 30 మీటర్లు అయిన భవనం ఎత్తు కనుగొనుము

టవర్ ఎత్తు = CD = 30 మీ

భవనం ఎత్తు = AB = h మీ

టవర్ అడుగు భాగం నుడ్ని భవనం అడుగు భాగం కు మధ్య దూరం AC

ΔACD నుండి

$$\tan 60^0 = \frac{\text{ఎదుటి భుజం}}{\text{ఆసన్న భుజం}} = \frac{CD}{AC}$$

$$\sqrt{3} == \frac{30}{AC}$$

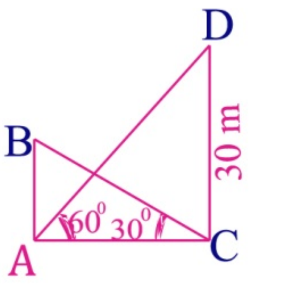
$$AC = \frac{30}{\sqrt{3}} = \frac{30\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3}$$

$$\tan 30^0 = \frac{\text{ఎదుటి భుజం}}{\text{ఆసన్న భుజం}} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{10\sqrt{3}}$$

$$AB = \frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 10 \text{ మీ}$$

భవనం ఎత్తు= 10 మీ



N. RAJU S.A.MATHS

scan QR Code with Google Lens app click blue color link / join my telegram group

7. పవన్ 10 మీటర్ల ఎత్తు గల స్థంభాన్ని 3 బలమైన తాళ్ళ సహాయంతో నిలబెట్టాలనుకున్నాడు . ఒక్కొక్క త్రాడు స్థంభంతో 30^0 కోణం చేయాల్సి ఉంటె ఎంత పొడవు తాడు తీసుకోవాలి .

స్థంభం ఎత్తు BC = 10 m

త్రాడు పొడవు AC

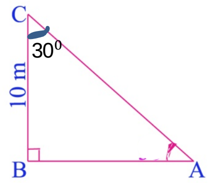
త్రాడు స్థంభంతో చేయు కోణం= $\angle BCA = 30^0$

$$\cos 30^0 = \frac{BC}{AC}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{10}{AC}$$

$$AC = \frac{20}{\sqrt{3}} = \frac{20}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \text{ మీ}$$

3 త్రాడుల పొడవు = $20\sqrt{3}$ మీ



8. ఒక భవన పాదం నుండి ఎదురుగా నున్న టవర్ పై భాగం 30^0 ఊర్ధ్వ కోణం చేస్తుంది . టవరు పాదం నుండు భావన పై భాగం 60^0 ఊర్ధ్వ కోణం చేస్తుంది. వాటి ఎత్తులు ఏ నిష్పత్తిలో ఉంటాయి ?

టవర్ ఎత్తు = CD భవనం ఎత్తు = AB

టవర్ అడుగు భాగం నుడ్ని భవనం అడుగు భాగం కు మధ్య దూరం AC

ΔACD నుండి

$$\tan 60^0 = \frac{\text{ఎదుటి భుజం}}{\text{ఆసన్న భుజం}} = \frac{CD}{AC}$$

$$\sqrt{3} = \frac{CD}{AC}$$

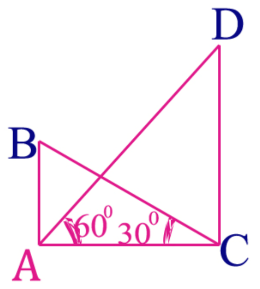
$$CD = AC\sqrt{3}$$

$$\tan 30^0 = \frac{\text{ఎదుటి భుజం}}{\text{ఆసన్న భుజం}} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AB}{AC}$$

$$AB = \frac{AC}{\sqrt{3}}$$

వాటి ఎత్తుల నిష్పత్తి $AB: CD = \frac{AC}{\sqrt{3}} : AC\sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} : \sqrt{3} = 1:3$



N. RAJU S.A.MATHS

10) 1.5 మీటర్ల ఎత్తు గల ఒక బాలుడు 30 మీటర్ల ఎత్తు గల గుడిపై కొనను కొంతదూరం నుండి పరిశీలిస్తున్నారు . అతడు ఉన్న చోటు నుండి ముందుకు నడిచిన గుడి గోపురం కోన అతని కంటితో చేయు కోణం 30^0 నుండి 60^0 లకు మారింది. అతడు నడిచిన దూరం ఎంత.

బాలుడు ఎత్తు 1.5 మీటర్లు

గుడిపై కొన ఎత్తు 1.5 మీటర్లు

గోపురం కోన అతని కంటితో చేయు కోణం 30^0 నుండి 60^0 లకు మారింది.

$$\tan 60^0 = \frac{\text{ఎదుటి భుజం}}{\text{ఆసన్న భుజం}} = \frac{DE}{FE}$$

$$\sqrt{3} = \frac{28.5}{FE}$$

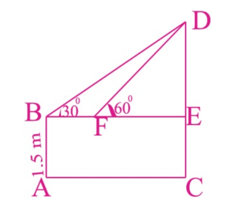
$$FE = \frac{28.5}{\sqrt{3}} = \frac{28.5}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{28.5\sqrt{3}}{3} = 9.5\sqrt{3}$$

$$\tan 30^0 = \frac{\text{ఎదుటి భుజం}}{\text{ఆసన్న భుజం}} = \frac{DE}{BE}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{28.5}{BE}$$

$$BE = 28.5\sqrt{3}$$

అతడు నడిచిన దూరంBF $= BE - EF = 28.5\sqrt{3} - 9.5\sqrt{3} = 19\sqrt{3}$ మీ



11) ఒక భవనం పై నుండి ఒక సెల్ టవర్ పై భాగాన్ని పరిశీలించిన 60^0 ఊర్ధ్వ కోణం దాని పాదము 45^0 నిమ్న కోణం చేస్తుంది భవనం నుండి టవర్ గల మధ్య దూరం 7 మీటర్లు అయిన టవర్ ఎత్తును కనుగోనండి

భవనం ఎత్తు = AB

టవర్ ఎత్తు = CD

టవర్ అడుగు భాగం నుడ్ని భవనం అడుగు భాగం కు మధ్య దూరం AC = 7 మీ

పటం నుండి AC = BE = 7 మీ

ΔABC నుండి $\tan 45^0 = \frac{\text{ఎదుటి భుజం}}{\text{ఆసన్న భుజం}} = \frac{AB}{AC}$

$$1 = \frac{AB}{7}$$

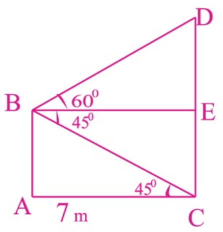
AB = 7 m

ΔBDE నుండి $\tan 60^0 = \frac{\text{ఎదుటి భుజం}}{\text{ఆసన్న భుజం}} = \frac{DE}{BE}$

$$\sqrt{3} = \frac{DE}{7}$$

$$DE = 7\sqrt{3}$$

టవర్ ఎత్తు $= CD = CE + DE = 7 + 7\sqrt{3} = 7(1+\sqrt{3})$మీ



https://youtu.be/bNYzb3upiXM

12) టవర్ తో ఒకే సరళ రేఖపై ఉండే 4 మీటర్లు మరియు 9 మీటర్లు దూరంలో నున్న రెండు బిందువుల నుండి టవర్ కొనను పరిశీలించిన చేసే ఊర్ధ్వ కోణాలు పూరకాలు . టవర్ ఎత్తు కనుగొనుము .

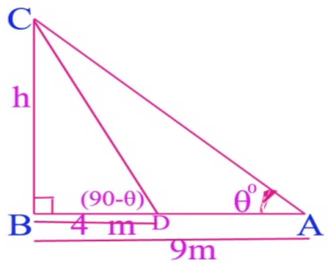
టవర్ ఎత్తు = BC = h మీ

BD = 4 m

AB = 9m

$$\tan\theta = \frac{\text{ఎదుటి భుజం}}{\text{ఆసన్న భుజం}} = \frac{BC}{AB} = \frac{h}{9} \ldots(1)$$

$$\tan(90-\theta) = \frac{\text{ఎదుటి భుజం}}{\text{ఆసన్న భుజం}} = \frac{BC}{BD} = \frac{h}{4}$$



$\cot\theta = \frac{h}{4}$ అయిన

$$\tan\theta = \frac{4}{h}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

సమీ (1), (2) ల నుండి

$$\frac{h}{9} = \frac{4}{h}$$

$$h^2 = 36$$

$$h = \sqrt{36} = 6$$

టవర్ ఎత్తు = BC = h = 6 మీ

13) ఒక విగ్రహం 2 మీటర్ల ఎత్తు గల పీఠం పై నిలబెట్టబడి ఉంది దానిని కొంత దూరం నుండి పరిశీలిం చిన విగ్రహం పై భాగం 60^0 మరియు పీఠం పై భాగం 45^0 ఊర్ధ్వ కోణాలు చేస్తున్నాయి . విగ్రహం ఎత్తు ఎంత ?

పీఠం ఎత్తు = AB = 2 మీటర్ల

విగ్రహం ఎత్తు BC = h మీ

$$\tan 45^0 = \frac{\text{ఎదుటి భుజం}}{\text{ఆసన్న భుజం}} = \frac{AB}{AD}$$

$$1 = \frac{2}{AD}$$

AD = 2 మీ

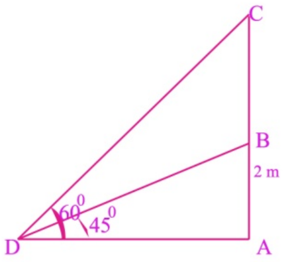
$$\tan 60^0 = \frac{\text{ఎదుటి భుజం}}{\text{ఆసన్న భుజం}} = \frac{AC}{AD}$$

$$\sqrt{3} = \frac{h+2}{2}$$

$h + 2 = 2\sqrt{3}$ మీ

$$h = 2\sqrt{3} - 2 = 2(\sqrt{3}-1)$$

విగ్రహం ఎత్తు BC $= 2(\sqrt{3}-1)$మీ



. ఒక నావ ఒక నదిని దాటాల్సి ఉండి నది ప్రవాహం కారణంగా ఆ నదీ తీరంతో 60^0 ల కోణం చేస్తున్న ఆ నావ 600 మీటర్లు ప్రయాణించి అవతలి తీరాన్ని చేరింది . ఆ నది వెడల్పు ఎంత ?

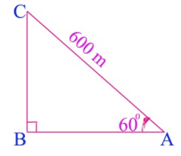
నదిలో నవ ప్రయాణించిన దూరం AC = 600 మీ

నది వెడల్పు= AB

$$\text{Cos } 60^0 = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{AB}{600}$$

$AB = \frac{600}{2} = 300$ మీ



ఉదా : 6 గుడికి ఇరువైపుల

N. RAJU S.A. MATHS

సంభావ్యత

సంభావ్యత పరిచయం	https://youtu.be/lVcotTT8qvY

సంభావ్యత పరిచయం

1. ఒక నాణెమును ఒకసారి ఎగురవేసినప్పుడు బొమ్మపడే సంభావ్యతను, బొరుసు పడే సంభావ్యతను లెక్కించండి.

సాధన: ఒక నాణెమును ఎగురవేసినప్పుడు శాంపిల్ అవరణం { H, T }

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య = 2

ఒక ఘటన సంభావ్యత = $\frac{\text{ఘటన E యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య}}{\text{మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య}}$

బొమ్మ పడుటకు అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 1

$P(\text{బొమ్మ}) = \frac{1}{2}$

బొరుసు పడుటకు అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 1

$P(\text{బొరుసు}) = \frac{1}{2}$

ఒక నాణెం , రెండు నాణెములు

2. రెండు నాణెములను ఒకేసారి ఎగురవేసినప్పుడు ఒక బొమ్మపడే సంభావ్యతను, రెండు బొరుసులు పడే సంభావ్యతను, కనీసం ఒక బొమ్మపడే సంభావ్యతను, గరిష్టం ఒక బొరుసు పడే సంభావ్యతను లెక్కించండి.

సాధన: రెండు నాణెములు ఎగురవేసినప్పుడు శాంపిల్ అవరణం {(H, H) (H, T), (T, H), (T, T) }

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య = n (S) = 4

ఒక ఘటన (E) యొక్క సంభావ్యత = $\frac{\text{ఘటన E యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య}}{\text{మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య}}$

i) ఒక బొమ్మపడే ఘటన యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 2

$P(\text{ఒక బొమ్మ}) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

రెండు బొరుసులు పడే ఘటన యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 1

$P(\text{రెండు బొరుసులు}) = \frac{1}{4}$

కనీసం ఒక బొమ్మపడే ఘటన యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 3

$P(\text{కనీసం ఒక బొమ్మ}) = \frac{3}{4}$

గరిష్టం ఒక బొరుసు పడే ఘటన యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 3

$P(\text{గరిష్టం ఒక బొరుసు}) = \frac{3}{4}$

ఒక నాణెం , రెండు నాణెములు

https://youtu.be/y7NahBtywIY

https://youtu.be/quN5p74yG-g

3. మూడు నాణెములను ఒకేసారి ఎగురవేసినప్పుడు

https://youtu.be/d3_PExNsB5Q

a) ఒక బొమ్మపడే సంభావ్యతను, b) రెండు బొమ్మలుపడే సంభావ్యతను,

c) మూడు బొమ్మలుపడే సంభావ్యతను, d) రెండు బొరుసులు పడే సంభావ్యతను,

e) కనీసం ఒక బొమ్మపడే సంభావ్యతను, f) కనీసం రెండు బొరుసులు పడే సంభావ్యతను,

g) గరిష్టం రెండు బొరుసులు పడే సంభావ్యతను, h) గరిష్టం మూడు బొరుసులు పడే సంభావ్యతను లెక్కించండి.

మూడు నాణెములు

4. ఒక ఘటన యొక్క సంభావ్యత $\frac{5}{4}$ ఉంటుందా ? వివరించండి .

సాధన: ఒక ఘటన E యొక్క సంభావ్యత ఎల్లప్పుడు $0 \leq P(E) \leq 1$.

కావున సంభావ్యత $\frac{5}{4} = 1.25$ ఉండదు.

N. RAJU S.A. MATHS

5. ఒక పాచికను దోర్లించినప్పుడు దాని ముఖంపై

a) సరిసంఖ్య వచ్చే ఘటన b) బేసిసంఖ్య వచ్చే ఘటన c) ప్రధాన సంఖ్య వచ్చే ఘటన

d) సంయుక్త సంఖ్య వచ్చే ఘటన e) 3 యొక్క గుణిజం వచ్చే ఘటన సంభావ్యతను లెక్కించండి.

సాధన: ఒక పాచికను దోర్లించినప్పుడు శాంపిల్ అవరణం {1 , 2, 3, 4, 5, 6 }

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య = n (S) = 6

ఒక ఘటన (E) యొక్క సంభావ్యత = $\frac{\text{ఘటన E యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య}}{\text{మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య}}$

a) సరిసంఖ్య వచ్చే ఘటన కు అనుకూల పర్యవసానాలు = { 2, 4, 6 }

సరిసంఖ్య వచ్చే ఘటన యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 3

$P(\text{సరిసంఖ్య}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

b) బేసిసంఖ్య వచ్చే ఘటన కు అనుకూల పర్యవసానాలు = {1, 3, 5}

బేసిసంఖ్య వచ్చే ఘటన యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 3

$P(\text{బేసిసంఖ్య}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

c) ప్రధాన సంఖ్య వచ్చే ఘటన కు అనుకూల పర్యవసానాలు = {2, 3, 5}

ప్రధాన సంఖ్య వచ్చే ఘటన యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 3

$P(\text{ప్రధాన సంఖ్య}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

d) సంయుక్త సంఖ్య వచ్చే ఘటన కు అనుకూల పర్యవసానాలు = {4 , 6 }

సంయుక్త సంఖ్య వచ్చే ఘటన యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 2

$P(\text{సంయుక్త సంఖ్య}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

e) 3 యొక్క గుణిజం వచ్చే ఘటన కు అనుకూల పర్యవసానాలు = {3, 6}

3 యొక్క గుణిజం వచ్చే ఘటన యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 2

$P(\text{3 యొక్క గుణిజం}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

Scan me with Google lens app

ఒక పాచిక

https://youtu.be/9x5OUBkxveE

https://youtu.be/dXR6-vQbzKU

6. ఒక పాచికను దోర్లించినప్పుడు దాని ముఖంపై

a) 4 కన్నా ఎక్కువ పడు ఘటన యొక్క సంభావ్యత b) 4 లేక అంతకన్నా తక్కువ పడు ఘటన సంభావ్యత కనుకొండి

సాధన: ఒక పాచికను దోర్లించినప్పుడు శాంపిల్ అవరణం {1 , 2, 3, 4, 5, 6 }

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య = n (S) = 6

ఒక ఘటన (E) యొక్క సంభావ్యత = $\frac{\text{ఘటన E యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య}}{\text{మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య}}$

ఒక పాచికను దోర్లించినప్పుడు దాని ముఖంపై

4 కన్నా ఎక్కువ పడు ఘటన యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 2

$P(\text{4 కన్నా ఎక్కువ}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

ఒక పాచికను దోర్లించినప్పుడు దాని ముఖంపై 4 లేదా అంత కన్నా తక్కువ పడు ఘటన యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య =4

$P(\text{4లేదా అంత కన్నా తక్కువ}) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Scan me with Google lens app

ఒక పాచిక

N. RAJU S.A. MATHS

7. రెండు పాచికలు ఒకే సారి దొర్లించినప్పుడు దాని ముఖంలపై కనిపించే చుక్కల మొత్తం a) 8 b) 11 C) 13 వచ్చే ఘటనల సంభావ్యత ఎంత

సాధన: రెండు పాచికను దొర్లించినప్పుడు శాంపిల్ అవరణం

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య = n (S) = 6^2 = 36

ఒక ఘటన (E) యొక్క సంభావ్యత = $\frac{\text{ఘటన E యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య}}{\text{మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య}}$

రెండు పాచికల ను దొర్లించినప్పుడు దాని ముఖంలపై కనిపించే చుక్కల మొత్తం

8 అగు ఘటన యొక్క అనుకూల పర్యవసానాలు

= {(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)}

అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 5

P(ముఖంలపై కనిపించే చుక్కల మొత్తం8) = $\frac{5}{36}$

రెండు పాచికల ను దొర్లించినప్పుడు దాని ముఖంలపై కనిపించే చుక్కల మొత్తం

11 అగు ఘటన యొక్క అనుకూల పర్యవసానాలు

= {(5,6), (6,5)}

అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 2

P(ముఖంలపై కనిపించే చుక్కల మొత్తం11) = $\frac{2}{36}$

రెండు పాచికల ను దొర్లించినప్పుడు దాని ముఖంలపై కనిపించే చుక్కల మొత్తం

13 అగు ఘటన యొక్క అనుకూల పర్యవసానాలు లేవు

అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 0

P(ముఖంలపై కనిపించే చుక్కల మొత్తం 13) = $\frac{0}{36}$

Scan me with Google lens app

రెండు పాచికలు

https://youtu.be/vQM79m0OUls

https://youtu.be/0_mSjhfgXD4

1) రెండు పాచికలు ఒకే సారి దొర్లించినప్పుడు దాని ముఖంలపై కనిపించే సంఖ్యలు రెండు 1) ప్రధాన సంఖ్యలు కావడానికి 2) రెండు సంయుక్త సంఖ్యలు కావడానికి

3) ఒకటి మాత్రమే ప్రధాన సంఖ్య కావడానికి

4) ఒకటి ప్రధాన సంఖ్య మరియు రెండవది సంయుక్త సంఖ్య కావడానికి ఉన్న ఘటనల సంభావ్యత ఎంత

సాధన: రెండు పాచికను దొర్లించినప్పుడు శాంపిల్ అవరణం

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య = n (S) = 6^2 = 36

ఒక ఘటన (E) యొక్క సంభావ్యత = $\frac{\text{ఘటన E యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య}}{\text{మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య}}$

Scan me with Google lens app

రెండు పాచికలు

Solution in my video

https://youtu.be/vQM79m0OUls, https://youtu.be/0_mSjhfgXD4

సంగీత , రేష్మ లు టెన్నిస్ ఆటను ఆడుతున్నారు. సంగీత గెలిచే సంభావ్యత 0. 62 అయినప్పుడు రేష్మ గెలిచే సంభావ్యత కనుగొనండి.

సాధన: సంగీత గెలిచే సంభావ్యత P (S) = 0.62

పూరక సంభావ్యత లను అనుసరించి రేష్మ గెలిచే సంభావ్యత P(R) = 1 – P(S) = 1 – 0.62 = 0.38

scan QR Code with Google Lens app click blue color link / join my telegram group

3) $P(E) = 0.05$ అయిన " E కాదు " ఘటన సంభావ్యత ఎంత ?

సాధన: $P(E)$ = 0.05 కావున పూరక సంభావ్యతలను అనుసరించి

$P(E$ కాదు) = 1 – P(E) = 1 – 0.05 = 0.95

4) $P(A) = 0.06$ అయిన 'A' పడకుండా ఉండుటకు సంభావ్యత ఎంత

సాధన: $P(A)$ = 0.06 కావున పూరక సంభావ్యతలను అనుసరించి

$P(A$ కాదు) = 1 – P(A) = 1 – 0.06 = 0.94

ముగ్గురు విద్యార్థులలో ఇద్దరి పుట్టిన రోజులు సంవత్సరములో ఒకే రోజు రాని సంభావ్యత 0.992 అయిన ఒకేరోజు వచ్చే సంభావ్యత ఎంత

సాధన: ముగ్గురు విద్యార్థులలో ఇద్దరి పుట్టిన రోజులు సంవత్సరములో ఒకే రోజు రాని ఘటన సంభావ్యత

P(వేరు వేరు రోజులు) = 0.992

ఒకే రోజు వచ్చే ఘటన సంభావ్యత P (ఒకే రోజు) = 1 – P(వేరు వేరు రోజులు)

P (ఒకే రోజు) = 1 – 0.992 = 0.008

శారద, హమీదా మంచి స్నేహితులు వారిద్దరి పుట్టినరోజు పండుగలు సంవత్సరంలో (లీపుసంవత్సరం కాదు)

a) వేరువేరు రోజు కావడానికి సంభావ్యత ఎంత b) ఒకే రోజు కావడానికి సంభావ్యత ఎంత

సాధన :- సంవత్సరంలో 365 రోజులలో ఇద్దరిలో ఎవరి పుట్టినరోజు అయిన ఏ రోజు అయిన రావచ్చును

కావున మొత్తం 365 పర్యవసానాలు సమసంభావములుగా పరిగణించాలి

శారద, హమీదా పుట్టినరోజులు వేరు వేరు రోజులు అవడానికి అనుకూల పర్యవసానాలు 365 – 1 = 364

P(వేరు వేరు రోజులు) = $\frac{364}{365}$

P (ఒకే రోజు పుట్టిన రోజు) = 1 – $\frac{364}{365}$ = $\frac{1}{365}$

40 మంది విద్యార్థులు గల తరగతిలో 25 మంది బాలికలు, 15 మంది బాలురు ఉన్నారు. తరగతి ప్రతినిధిని నియమించడానికి వారి ఉపాధ్యాయురాలు అందరి పేర్లను విడివిడి కార్డులపై వ్రాసి ఒక పెట్టెలో వేసి బాగా కలిపి ఒక కార్డును తీసారు. ఆ కార్డుపై అమ్మాయి పేరు రావడానికి సంభావ్యత కనుగొనండి. లేక అబ్బాయి పేరు రావడానికి సంభావ్యత కనుగొనండి

సాధన :- మొత్తం విద్యార్థులు 40 కావున మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య = 40

తీసుకున్న కార్డుపై అమ్మాయి పేరు ఉండడానికి అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 25

P(అమ్మాయి పేరు గల కార్డు) = P (అమ్మాయి) = $\frac{25}{40} = \frac{5}{8}$

తీసుకున్న కార్డుపై అబ్బాయిపేరు ఉండడానికి అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 15

P(అబ్బాయి పేరు గల కార్డు) = P (అబ్బాయి) = $\frac{15}{40} = \frac{3}{8}$

5) బాగుగా కలుపబడిన పేకాట కార్డుల కట్టలో 52 కార్డుల నుండి ఒక్క కార్డు తీయుటలో అది

a) ఏస్ అగుటకు b) ఏస్ కాక పోవుటకు సంభావ్యతను లెక్కించండి.

సాధన: కార్డులు బాగా కలుపబడ్డాయి. కావున పర్యవసానాలన్ని సమసంభావములుగా పరిగణించాలి

ఒక కట్టలో 4 ఏస్ లు ఉంటాయి

తీసుకొన్న కార్డు ఏస్ అవడం అనే ఘటన E అయితే

E కు అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 4

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య = n (S) = 52

ఒక ఘటన (E) యొక్క సంభావ్యత $P(E)= \frac{\text{ఘటన E యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య}}{\text{మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య}}$

కార్డు ఏస్ అగుటకు సంభావ్యత $P(E) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

తీసుకొన్న కార్డు ఏస్ కాదు అనే ఘటన F అయితే

F కు అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 52 – 4 = 48

కార్డు ఏస్ కాకపోవుటకు సంభావ్యత $P(F) = \frac{48}{52} = \frac{12}{13}$

Scan me with

Google lens app

పేక ముక్కలు

3) బాగుగ కలుపబడిన పేకాట కార్డుల కట్టలో 52 కార్డుల నుండి ఒక్క కార్డు తీయుటలో అది

A) రాణి అగుటకు సంభావ్యత ఎంత B)) ముఖ కార్డు అగుటకు సంభావ్యత ఎంత?

C) స్పేడ్ అగుటకు సంభావ్యత ఎంత D) స్పేడ్ , ముఖ కార్డు అగుటకు సంభావ్యత ఎంత

E) ముఖ కార్డు కాకపోవుటకు సంభావ్యత ఎంత

https://youtu.be/OSaTwNUaOAs

సాధన : కార్డులు బాగా కలుపబడ్డాయి. కావున పర్యవసానాలన్ని సమసంభావములుగా పరిగణించాలి

ఒక కట్టలో 4 రాణి లు ఉంటాయి

తీసుకొన్న కార్డు రాణి అవడం అనే ఘటన E అయితే

E కు అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 4

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య = n (S) = 52

ఒక ఘటన (E) యొక్క సంభావ్యత $P(E)= \frac{\text{ఘటన E యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య}}{\text{మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య}}$

$P(\text{రాణి}) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$

Scan me with

Google lens app

పేక ముక్కలు

ఒక కట్టలో 12 ముఖ కార్డు లు ఉంటాయి

తీసుకొన్న కార్డు ముఖ కార్డు అవడానికి అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 12

$P(\text{ముఖ కార్డు}) = \frac{12}{52} = \frac{3}{13}$

ఒక కట్టలో 13 స్పేడ్ కార్డు లు ఉంటాయి

తీసుకొన్న కార్డు స్పేడ్ కార్డు అవడానికి అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 13

N. RAJU S.A. MATHS

$P(\text{స్పేడ్}) = \frac{13}{52} = \frac{1}{4}$

ఒక కట్టలో 3 స్పేడ్ మరియు ముఖ కార్డు లు ఉంటాయి

తీసుకొన్న కార్డు స్పేడ్ , ముఖ కార్డు అవడానికి అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 3

$P(\text{స్పేడ్}) = \frac{3}{52} = \frac{1}{14}$

https://youtu.be/OSaTwNUaOAs

https://youtu.be/A2S0BPEwHVY

మొత్తం 52 కార్డు లలో ముఖ కార్డులు కానివి = 52 – 12 = 40

కావున అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 40

$P(\text{ముఖ కార్డులు కానిది}) = \frac{40}{52} = \frac{10}{14}$

4) బాగుగ కలుపబడిన పేకాట కార్డుల కట్టలో 52 కార్డుల నుండి ఒక్క కార్డు తీయుటలో అది ఎరుపు రంగు రాజు తీయుటకు సంభావ్యత ఎంత

సాధన :- కార్డులు బాగా కలుపబడ్డాయి. కావున పర్యవసానాలన్ని సమసంభావములుగా పరిగణించాలి

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య = n (S) = 52

ఒక కట్టలో 2 ఎరుపు రంగు రాజు కార్డు లు ఉంటాయి కావున అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 2

$P(\text{ఎరుపు రంగు రాజు}) = \frac{2}{52} = \frac{1}{26}$

ఒక పెట్టెలో 3 నీలం, 2 తెలుపు ,4 ఎరుపు గోళీలు కలవు. యాదృచ్ఛికంగా పెట్టె నుండి ఒక గోళీను తీసుకొంటే అది

a) తెలుపు రంగు గోళీ అగుటకు సంభావ్యత b) నీలం రంగు గోళీ అగుటకు సంభావ్యత

c) ఎరుపు రంగు గోళీ అగుటకు సంభావ్యత కనుక్కొండి.

https://youtu.be/u4VNmHQdZ3c

బంతులు సమస్యలు

సాధన: ఒక పెట్టెలో మొత్తం 9 గోళీలు ఉన్నాయి

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య = n (S) = 9

ఒక ఘటన (E) యొక్క సంభావ్యత $P(E) = \frac{\text{ఘటన E యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య}}{\text{మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య}}$

తెలుపు రంగు గోళీ తీయుటకు అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 2

$P(\text{తెలుపు రంగు గోళీ}) = \frac{2}{9}$

నీలం రంగు గోళీ తీయుటకు అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 3

$P(\text{నీలం రంగు గోళీ}) = \frac{3}{9}$

ఎరుపు రంగు గోళీ తీయుటకు అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య = 4

$P(\text{ఎరుపు రంగు గోళీ}) = \frac{4}{9}$

ఒక పెట్టెలోని 100 చొక్కాలలో 88 సరిగ్గా ఉన్నవి , 8 చొక్కాలు కొద్ది లోపాలను , 4 చొక్కాలు ఎక్కువ లోపాలను కలిగి ఉన్నాయి. జానీ అనే వ్యాపారి మంచి చొక్కాలు మాత్రమే కొంటాడు . సుజాత అను మరొక వ్యాపారి ఎక్కువ లోపాలున్న చొక్కాలను మాత్రమే నిరాకరిస్తుంది . పెట్టెలో నుండి యాదృశ్చికంగాఒక చొక్కాను తీస్తే ఎవరు కొనే సంభావ్యత ఎంత?

i) జానీ **ii)** సుజాత

https://youtu.be/5GESucuN9QY
click this link

సాధన : ఒక పెట్టెలో లోని చొక్కాలు 100

మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య 100

సరిగా ఉన్నవి 88, కొద్ది లోపాలు ఉన్నవి 8 ఎక్కువ లోపాలు ఉన్నవి 4

జానీ అనే వ్యాపారి మంచి చొక్కాలు మాత్రమే కొంటాడు కావున

జానీ కొనడానికి అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య 88

ఒక ఘటన (E) యొక్క సంభావ్యత $P(E) = \frac{\text{ఘటన E యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య}}{\text{మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య}}$

$$P(\text{జానీ}) = \frac{88}{100} = \frac{22}{25}$$

సుజాత అను మరొక వ్యాపారి ఎక్కువ లోపాలున్న చొక్కాలను మాత్రమే నిరాకరిస్తుంది

కావున సుజాత కొనడానికి అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య 96

$$P(\text{సుజాత}) = \frac{96}{100} = \frac{24}{25}$$

సంభావ్యత ఉదా 11, 12

Home Work

3) హర్ప్రీత్ రెండునాణెములను ఒకేసారి ఎగురవేసినాడు. అయిన కనీసం ఒక బొమ్మ పడుటకు సంభావ్యత కనుక్కొండి.

4) రహీమ్ ఒక పేక ముక్కల కట్ట నుండి అన్ని ఆఠీను గుర్తు గల కార్డులను తొలగించారు.

a) ఒక కార్డును ఎన్నుకొంటే అది ఏస్ అయ్యే సంభావ్యత ఎంత? డైమండును ఎన్నుకొనే సంభావ్యత ఎంత?

b) అఠీను గుర్తు లేని కార్డు ఎన్నుకొనే సంభావ్యత ఎంత? అఠీను గుర్తు గల ఏస్ కార్డు ఎన్నుకొనే సంభావ్యత ఎంత?

5) బాగుగా కలువబడిన పేక ముక్కల కట్ట నుండి యాదృశ్చికంగా ఒక కార్డును తీస్తే

a) అది ఎరుపు రంగు రాజు *b)* ముఖ కార్డు

c) ఎరుపు ముఖ కార్డు *d)* ఆఠీను జాకీ

e) స్పేడ్ *f)* డైమండ్ రాణి

6) పేక ముక్కల లోని డైమండువి ఐదు కార్డులు , 10, రాజు , రాణి , జాకీ మరియు ఏస్ లను మాత్రం తీసుకొని బాగా కలిపి యాదృశ్చికంగా ఒక కార్డు ను ఎన్నుకొంటే

i) ఆ కార్డు రాణి అయ్యే సంభావ్యత ఎంత?

ii) రాణి కార్డును తొలగించి రెండవ కార్డును ఎన్నుకొంటే అది a) ఏస్ అగుటకు b) రాణి అగుటకు సంభావ్యత ఎంత?

7) ఒక లాటరీ నందు 10 ప్రైజ్ లు మరియు 25 ఖాళీలుకలవు. ప్రైజ్ ను పొందు సంభావ్యత ఎంత

8) రెండు పాచికలు ఒకటి ఎర్రనిది , ఒకటి తెల్లనిది ఒకేసారి దొర్లించడం జరిగింది. ఈ ఘటనకు సాధ్యపడు అన్ని పర్యవసానములను పేర్కొనండి. మరియు రెండు పాచికలపై కనిపించే చుక్కల మొత్తం i) 8, ii) 13 మరియు iii) 12 లేక 12 అంతకన్నా తక్కువ అవడానికి సంభావ్యతలు ఎంతెంత ?

click blue color link video open watch video subscribe my channel

14. సంఖ్యాక శాస్త్రం

సాంఖ్యకశాస్త్రం పరిచయం https://youtu.be/cZ58cAo3daA

సంఖ్యకశాస్త్రం పరిచయం

అంకగణిత సగటు

అంకగణిత సగటు నిర్వచనం , అవర్గీకృత దత్తాంశం అంకగణిత సగటు కనుగొనుట మరియు వర్గీకృత దత్తాంశం కు 1) ప్రత్యక్ష పద్ధతి 2) ఊహించిన సగటు పద్ధతి 3) విచలన పద్ధతి	https://youtu.be/iYg4iY_MOa8 https://youtu.be/i6x6dF8OKhI

అవర్గీకృత దత్తాంశం సగటు

అవర్గీకృత దత్తాంశంలోని రాశుల మొత్తాన్ని రాశుల సంఖ్య చే భాగించగా వచ్చే విలువల మొత్తాన్ని సగటు లేదా సరాసరి అంటారు . దీనిని $\bar{x}$ సూచిస్తారు .

$$\bar{x} = \frac{\text{రాశుల మొత్తం}}{\text{రాశుల సంఖ్య}}$$

అంక మధ్యమము $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$

ఒక తరగతి పౌనఃపున్యం ఆ తరగతి మధ్య విలువల వద్ద కేంద్రీకరించబడి ఉంటుంది

❖ తరగతి మధ్య విలువలు $x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots\ldots$

వాటి అనురూప పౌనఃపున్యం $f_1, f_2, f_3, f_4, \ldots\ldots$ అయిన

$$\text{సగటు} = \bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \cdots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{\sum f_i x_i}{N}$$

2 సగటు

30 కంటే తక్కువైనా ప్రధాన సంఖ్యల సగటు కనుగొనుము

30 కంటే తక్కువైనా ప్రధాన సంఖ్యలు

2,3,5,7,11,13,17,19,23,29

$$\text{అంక సగటు } \bar{x} = \frac{\text{రాశుల మొత్తం}}{\text{రాశుల సంఖ్య}}$$

$$\text{సగటు } \bar{x} = \frac{2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 23 + 29}{10}$$

$$\text{సగటు } \bar{x} = \frac{129}{10}$$

$$\text{సగటు } \bar{x} = 12.9$$

మొదటి 10 సంయుక్త సంఖ్యల సగటు కనుగొనుము

మొదటి 10 సంయుక్త సంఖ్యలు

4,6,8,9,10,12,14,15,16,18

$$\text{అంక సగటు } \bar{x} = \frac{\text{రాశుల మొత్తం}}{\text{రాశుల సంఖ్య}}$$

$$\text{సగటు } \bar{x} = \frac{4 + 6 + 8 + 9 + 10 + 12 + 14 + 15 + 16 + 18}{10}$$

$$\text{సగటు } \bar{x} = \frac{112}{10}$$

$$\text{సగటు } \bar{x} = 11.2$$

N. RAJU S.A. MATHS

పొందిన మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య	$f_i x_i$
10	1	10
20	1	20
36	3	108
40	4	160
50	3	150
56	2	112
60	4	240
70	4	280
72	1	72
80	1	80
88	2	176
92	3	276
95	1	95
	$\sum f_i = 30$	$\sum f_i x_i = 1779$

2 సగటు

For video click blue color link

https://youtu.be/iYg4iY_MOa8

సగటు $= \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

$\bar{x} = \frac{1779}{30} = 59.3$

తరగతి అంతరం	విద్యార్థుల సంఖ్య f_i	తరగతి మధ్య విలువ x_i	$f_i x_i$
10 – 25	2	17.5	35.0
25 – 40	3	32.5	97.5
40 – 55	7	47.5	332.5
55 – 70	6	62.5	375.0
70 – 85	6	77.5	465.0
85 – 100	6	92.5	555.0
	$\sum f_i = 30$		$\sum f_i x_i = 1860.0$

For video click blue color link

https://youtu.be/iYg4iY_MOa8

సగటు $= \bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

$\bar{x} = \frac{1860}{30} = 62$

N. RAJU S.A. MATHS

ఊహించిన సగటు పద్ధతిన సగటు

For video click blue color link https://youtu.be/iYg4iY_MOa8

తరగతి అంతరం	విద్యార్థుల సంఖ్య f_i	తరగతి మధ్య విలువ x_i	$d_i = x_i - a$	$f_i d_i$
10 – 25	2	17.5	–30	–60
25 – 40	3	32.5	–15	–45
40 – 55	7	47.5(a)	0	0
55 – 70	6	62.5	15	90
70 – 85	6	77.5	30	180
85 – 100	6	92.5	45	270
	$\sum f_i = 30$		$\sum f_i d_i = 105 + 540 = 435$	

ఊహించిన సగటు పద్ధతిన సగటు

$\bar{x} = a + \left[\frac{\sum f_i d_i}{\sum f_i}\right]$

తరగతి మధ్యవిలువల నుండి ప్రతిపాదించబడిన ఒక విలువ $a = 47.5$

పౌన:పున్యముల మొత్తం $= \sum f_i = 30$; $\sum f_i d_i = 435$

తరగతి అంతరం $h = 15$

$\bar{x} = 47.5 + \left[\frac{435}{30}\right]$

$\bar{x} = 47.5 + \left[\frac{87}{6}\right]$

$\bar{x} = 47.5 + 14.5$

$\bar{x} = 62$

3 సగటు

సగటు

మహిళా ఉపాధ్యాయుల శాతం	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65	65-75	75-85
రాష్ట్రాలు లేదా కేంద్ర ప్రాంతాల సంఖ్య	6	11	7	4	4	2	1

మహిళా ఉపాధ్యాయుల శాతం	రాష్ట్రాలు లేదా కేంద్ర ప్రాంతాల సంఖ్య	తరగతి మధ్య విలువ	$f_i x_i$
15 – 25	6	20	120
25 – 35	11	30	330
35 – 45	7	40	280
45 – 55	4	50 (a)	200
55 – 65	4	60	240
65 – 75	2	70	140
75 – 85	1	80	80
మొత్తం	$\Sigma f_i = 35$	$\sum f_i x_i = 1390$	

N. RAJU S.A. MATHS

సగటు $\bar{x} = \left[\frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}\right]$

పౌన:పున్యముల మొత్తం $= \sum f_i = 35$ $\sum f_i x_i = 1390$

$\bar{x} = \left[\frac{1390}{35}\right]$

$\bar{x} = \left[\frac{278}{7}\right] = 39.72$

ఈ క్రింది దత్తాంశం యొక్క సగటు **50** అయిన ***k*** విలువ కనుగొనుము .

తరగతి అంతరం	0 – 20	20 – 40	40 – 60	60 – 80	80 – 100
పౌనఃపున్యం	17	20	32	k	19

For video click blue color link https://youtu.be/3U6kk2s53K4

తరగతి అంతరం	పౌనఃపున్యం	తరగతి మధ్య విలువ	$f_i x_i$
0 – 20	17	10	170
20 – 40	20	30	600
40 – 60	32	50	1600
60 – 80	K	70	$70k$
80 – 100	19	90	1710
$\Sigma f_i = 88 + k$		$\Sigma f_i x_i = 4080 + 70k$	

సగటు $= \bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$

$$50 = \frac{4080 + 70k}{88 + k}$$

$$50(88 + k) = 4080 + 70k$$

$$4400 + 50k = 4080 + 70k$$

$$4400 - 4080 = 70k - 50k$$

$$320 = 20k$$

$$k = \frac{320}{20} = 16$$

4 k విలువ

వన్ డే క్రికెట్ ఆటలో బౌలర్లు సాధించిన వికెట్ల వివరాలు ఈ క్రింది పౌనఃపున్య విభాజన పట్టికలో చూపించడమైనది. సంక్షిప్త విచలన పద్ధతిని ఉపయోగించి సగటును కనుగొనుము

వికెట్ల సంఖ్య	20-60	60-100	100-150	150-250	250-350	350-450
బౌలర్ల సంఖ్య	7	5	16	12	2	3

వికెట్ల సంఖ్య	బౌలర్ల సంఖ్య	తరగతి మధ్య విలువ	$f_i x_i$
20 – 60	7	40	280
60 – 100	5	80	400
100 – 150	16	125	2000
150 – 250	12	200(a)	**2400**
250 – 350	2	300	**600**
350 – 450	3	400	**1200**
	$\Sigma f_i = 45$		$\Sigma f_i x_i = 6880$

సగటు $= \bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$

$$\bar{x} = \frac{6880}{45}$$

$$\bar{x} = \frac{1376}{9}$$

$$\bar{x} = 152.89$$

N. RAJU S.A. MATHS

క్రింది పట్టికలో ఇవ్వబడిన 50 రాశుల సగటు 36.4 అయిన f_1 మరియు f_2 పౌనఃపున్యం లను నుగొనుము

తరగతి అంతరం	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
పౌనఃపున్యం	3	5	f_1	10	f_2	8	5

For video click blue color link https://youtu.be/cFAVjbhAKH8

తరగతి అంతరం	పౌనఃపున్యం	తరగతి మధ్య విలువ	$f_i x_i$
0 – 10	**3**	**5**	**15**
10 – 20	**5**	**15**	**75**
20 – 30	f_1	**25**	$25f_1$
30 – 40	**10**	**35**	**350**
40 – 50	f_2	**45**	$45f_2$
50 – 60	**8**	**55**	**440**
60 – 70	**5**	**65**	**325**
	$\Sigma f_i = 31 + f_1 + f_2$		$\Sigma f_i x_i = 1205 + 25f_1 + 45f_2$

$\Sigma f_i = 31 + f_1 + f_2 = 50$ అయిన

$f_1 + f_2 = 19$ ......(1)

సగటు $= \bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$

$$36.4 = \frac{1205 + 25f_1 + 45f_2}{50}$$

$$36.4 \times 50 = 1205 + 25f_1 + 45f_2$$

$$1820 - 1205 = 25f_1 + 45f_2$$

$$25f_1 + 45f_2 = 615 \ldots (2)$$

$eq(2) - 25\, eq(1)$ చేయగా

$$25f_1 + 45f_2 = 615$$

$$\underline{25f_1 + 25f_2 = 475}$$

$$\underline{20f_2 = 140}$$

$$f_2 = \frac{140}{20} = 7$$

$f_2 = 7$ ను సమీ (1)లో రాయగా

$f_1 = 12$

$f_1 = 12,\ f_2 = 7$

5 f1, f2

N. RAJU S.A. MATHS

బాహుళకం

For video click blue color link	https://youtu.be/umJMh33M-3Q

బాహుళకము :- దత్తాంశంలో తరచుగా వచ్చు విలువను బాహుళకము అంటారు .

ఒక దత్తాంశంలో మిగిలిన రాశులకన్నా ఎక్కువ సార్లు పునరావృతమగు రాశిని

అనగా ఎక్కువ పౌన పున్యం గల రాశిని ఆ దత్తాంశమునకు బాహుళకము అంటారు .

7 బాహుళకం

1. బాహుళకము కనుగొనుము 4, 6 8 2 4 9,10

   దత్తాంశంలో 4 అనే రాశి 2 సార్లు వచ్చింది

   దత్తాంశము యొక్క బాహుళకము = 4

2. బాహుళకము కనుగొనుము 2, 4, 6, 8, 2, 4, 9,10

   దత్తాంశంలో 4 అనే రాశి 2 సార్లు మరియు 2 అనే రాశి 2 సార్లు వచ్చింది

   దత్తాంశము యొక్క బాహుళకము = 4, 2

3. బాహుళకము కనుగొనుము 2, 4, 6, 6, 2, 4, 2, 4, 6

   దత్తాంశంలో 4 అనే రాశి 3 సార్లు , 6 అనే రాశి 3 సార్లు మరియు 2 అనే రాశి 3 సార్లు వచ్చింది

   కావున ఇక్కడ అన్ని రాశులు సమాన సార్లు పునరావృతం అయినవి

   కావున ఈ దత్తాంశమునకు బాహుళకము ఉండదు .

Note:- ఒక దత్తాంశమునకు ఒకే బాహుళకము ఉండవచ్చును అది ఏక బాహుళకము

- ఒక "దత్తాంశమునకు " రెండు బా "హుళకము" లు"ఉండవచ్చును ". "అది " ద్వి" బాహుళకము "
- ఒక "దత్తాంశమునకు " మూడు" " బా"హుళకము" లు" ఉండవచ్చును". " అది " త్రి" బాహుళకము "
- ఒక "దత్తాంశమునకు " అసలు బా"హుళకము ఉండ" కపోవచ్చు

వర్గీకృత పౌన్య పున్య విభాజన పట్టిక నందు గరిష్ఠ పౌన్య పున్యం ఉన్న తరగతిని బాహుళక తరగతి అంటారు

$$\text{బాహుళకము} = Z = l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h\right]$$

$l =$ బాహుళక తరగతి దిగువ హద్దు

$f_0 =$ బాహుళక తరగతికి ముందున్న తరగతి యొక్క పౌన్య పున్యం

$f_1 =$ బాహుళక తరగతి యొక్క పౌన్య పున్యం

$f_2 =$ బాహుళక తరగతికి తరువాత తరగతి యొక్క పౌన్య పున్యం

$h =$ తరగతి అంతరం

N.RAJU S.A. MATHS

12	ఈ క్రింది దత్తాంశానికి బాహుళకము కనుక్కొండి					
	కుటుంబ పరిమాణం	1 – 3	3 – 5	5– 7	7 – 9	9 – 11
	కుటుంబాల సంఖ్య	7	8	2	2	1

For video click blue color link		https://youtu.be/umJMh33M-3Q
కుటుంబ పరిమాణం	కుటుంబాల సంఖ్య	
1 – 3	7 f_0	
3 – 5	8 f_1	బాహుళక తరగతి
5 – 7	2 f_2	
7 – 9	2	
9 – 11	1	

బాహుళక తరగతి దిగువ హద్దు = l = 3

బాహుళక తరగతికి ముందున్న తరగతి యొక్క పౌన్య పున్యం = $f_1 = 8$

బాహుళక తరగతి యొక్క పౌన్య పున్యం = $f_0 = 7$

బాహుళక తరగతికి తరువాత తరగతి యొక్క పౌన్య పున్యం = $f_2 = 2$

తరగతి అంతరం = 2

బాహుళకం $= z = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h\right)$

$$z = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h\right)$$

$$z = 3 + \left(\frac{8 - 7}{2(8) - 7 - 2} \times 2\right)$$

$$z = 3 + \left(\frac{1}{16 - 9} \times 2\right)$$

$$z = 3 + \frac{2}{7}$$

$$z = 3 + 0.285$$

$$z = 3.285$$

10 బాహుళకం

ఈ క్రింది దత్తాంశానికి బాహుళకము కనుక్కొండి

తరగతి అంతరం	10-25	25-40	40-55	55-70	70-85	85-100
విద్యార్థుల సంఖ్య	2	3	7	6	6	6

For video click blue color link https://youtu.be/SE5_rMCC8FQ

తరగతి అంతరం	విద్యార్థుల సంఖ్య	
10 – 25	2	
25 – 40	3 f_0	
40 – 55	7 f_1	బాహుళక తరగతి
55 – 70	6 f_2	
70 – 85	6	
85 – 100	6	

బాహుళక తరగతి దిగువ హద్దు = l = 40

బాహుళక తరగతికి ముందున్న తరగతి యొక్క పౌన్య పున్యం = $f_0 = 3$

బాహుళక తరగతి యొక్క పౌన్య పున్యం = $f_1 = 7$

బాహుళక తరగతికి తరువాత తరగతి యొక్క పౌన్య పున్యం = $f_2 = 6$

తరగతి అంతరం = 15

$$\text{బాహుళకము} = Z = l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h\right]$$

$$Z = 40 + \left[\frac{7 - 3}{2(7) - 3 - 6} \times 15\right]$$

$$Z = 40 + \left[\frac{4}{14 - 9} \times 15\right]$$

$$Z = 40 + \left[\frac{60}{5}\right]$$

బాహుళకము = 40 + 12

బాహుళకము = 52

ఈ క్రింది దత్తాంశానికి బాహుళకము కనుక్కొండి

తరగతి అంతరం	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60	60 – 65	65 – 70	70 – 75
విద్యార్థుల సంఖ్య	2	3	8	6	6	3	2

For video click blue color link https://youtu.be/Dku__JsNndM

తరగతి అంతరం	విద్యార్థుల సంఖ్య	
40 – 45	2	
45 – 50	3 f_0	
50 – 55	8 f_1	బాహుళక తరగతి
55 – 60	6 f_2	
60 – 65	6	
65 – 70	3	
70 – 75	2	

బాహుళక తరగతి దిగువ హద్దు = l = 40

బాహుళక తరగతికి ముందున్న తరగతి యొక్క పౌనఃపున్యం = $f_0 = 3$

బాహుళక తరగతి యొక్క పౌనఃపున్యం = $f_1 = 8$

బాహుళక తరగతికి తరువాత తరగతి యొక్క పౌనఃపున్యం = $f_2 = 6$

తరగతి అంతరం = 5

$$\text{బాహుళకము} = Z = l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h\right]$$

$$Z = 50 + \left[\frac{8-3}{2(8)-3-6} \times 5\right]$$

$$Z = 50 + \left[\frac{5}{16-9} \times 5\right]$$

$$Z = 50 + \left[\frac{25}{7}\right]$$

బాహుళకం = 50 + 3.57

బాహుళకం = 53.57

సందర్భం 1 : – మొదటి లేదా చివరి తరగతి బాహుళకం తరగతి అయిన

For video click blue color link https://youtu.be/03mFQX8Kq-o

వయస్సు సం. లలో)	5 – 15	15 – 25	25 – 35	35 – 45	45 – 55
రోగుల సంఖ్య	23	11	14	15	13

వయస్సు (సం. లలో)	రోగుల సంఖ్య	
5-15	23 f_1	బాహుళక తరగతి
15-25	11 f_2	
25-35	14	
35-45	15	
45-55	13	

$$\text{బాహుళకం} = Z = l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h\right]$$

$h = 10$ $l = 5$ $f_0 = 0$ $f_1 = 23$ $f_2 = 11$

$$Z = 5 + \left[\frac{23-0}{2(23)-0-11} \times 10\right]$$

$$Z = 5 + \left[\frac{23}{46-11} \times 10\right]$$

$$Z = 5 + \left[\frac{230}{35}\right]$$

$$Z = 5 + \left[\frac{46}{7}\right]$$

బాహుళకం = 5 + 6.57 = 11.57

మొదటి లేదా చివరి తరగతి బాహుళకం తరగతి అ

For video click blue color link

https://youtu.be/03mFQX8Kq-o

వయస్సు (సం. లలో)	5 – 15	15 – 25	25 – 35	35 – 45	45 – 55
రోగుల సంఖ్య	6	11	14	15	20

వయస్సు (సం. లలో)	రోగుల సంఖ్య	
5-15	6	
15-25	11	
25-35	14	
35-45	15 f_0	
45-55	20 f_1	బాహుళక తరగతి

$$\text{బాహుళకం} = Z = l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h\right]$$

$h = 10$ $l = 45$ $f_0 = 15$ $f_1 = 20$ $f_2 = 0$

$$Z = 45 + \left[\frac{20-15}{2(20)-15-0} \times 10\right]$$

$$Z = 45 + \left[\frac{5}{40-15} \times 10\right]$$

$$Z = 45 + \left[\frac{50}{25}\right]$$

$$Z = 45 + [2]$$

మొదటి లేదా చివరి తరగతి బాహుళకం తరగతి అ

బాహుళకం = 47

సందర్భం 2 : – ఒకే దత్తాంశంలో రెండు బాహుళకం తరగతులు ఉన్నపుడు

జీవిత కాలం (గం లలో)	0 – 20	20-40	40-60	60-80	80-100	100-120
పౌనఃపున్యం	10	35	61	61	38	29

For video click blue color link

https://youtu.be/03mFQX8Kq-o

11 రెండు బాహుళకం తరగతులు ఉన్నపుడు

జీవిత కాలం (గం లలో)	పౌనఃపున్యం	
0-20	10	
20-40	35	
40-60	61	
60-80	61	Modal class
80-100	38	
100-120	29	

$h = 20$ $l = 60$

$f_0 = 61$ $f_1 = 61$

$f_2 = 38$

$$Z = 60 + \left[\frac{61-61}{122-61-38} \times 20\right]$$

$$Z = 60 + \left[\frac{0}{122-99} \times 20\right]$$

$$Z = 60 + \left[\frac{0}{23}\right]$$

బాహుళకం = 60 + 0 = 60

జీవిత కాలం (గం లలో)	పౌనఃపున్యం	
0-20	10	
20-40	35	
40-60	61	Modal class
60-80	61	
80-100	38	
100-120	29	

$h = 20$ $l = 40$ $f_0 = 35$ $f_1 = 61$ $f_2 = 61$

$$\text{బాహుళకం} = Z = l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h\right]$$

$$Z = 40 + \left[\frac{61-35}{122-35-61} \times 20\right]$$

$$Z = 40 + \left[\frac{26}{122-96} \times 20\right]$$

$$Z = 40 + \left[\frac{520}{26}\right]$$

బాహుళకం = 40 + 20 = 60

Exercise : 14.2 **1)ఇచ్చిన దత్తాంశానికి సగటు మరియు బహుళకము కనుగొనుము**
సగటు మరియు బాహుళకము కనుగొన్న తరువాత వాటిని పోల్చాండి

For video click blue color link
https://youtu.be/ugZr_zRqCgs

12 బహుళకము , సగటు పోల్చడం

వయస్సు (సం)	5-15	15-25	25-35	35-45	45-55	55-65
రోగుల సంఖ్య	6	11	21	23	14	5

1 exer—14.1 prob-1

వయస్సు (సం.లలో)	రోగుల సంఖ్య	
5 – 15	6	
15 – 25	11	
25 – 35	21 f_0	
35 – 45	23 f_1	బాహుళక తరగతి
45 – 55	14 f_2	
55 – 65	5	

బాహుళక తరగతి యొక్కదిగువ హద్దు = l = 35
బాహుళక తరగతి యొక్క పౌనఃపున్యం = f_1=23
బాహుళక తరగతికి ముందు తరగతి యొక్క పౌనఃపున్యం = f_0 = 21
బాహుళక తరగతికి తరువాతి తరగతి యొక్క పౌనఃపున్యం = f_2 = 14
తరగతి అంతరం = h =10

$$z = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h\right)$$

$$z = 35 + \left(\frac{23 - 21}{2(23) - 21 - 14} \times 10\right)$$

$$z = 35 + \left(\frac{2}{46 - 35} \times 10\right)$$

$$z = 35 + \left(\frac{20}{11}\right)$$

$$z = 35 + 1.81$$

బాహుళకం z = 36.81

వయస్సు (సం.లలో)	రోగుల సంఖ్య	తరగతి మధ్య విలువ $f_i x_i$	$f_i x_i$
5 – 15	6	10	60
15 – 25	11	20	220
25 – 35	21	30	630
35 – 45	23	40	920
45 – 55	14	50	700
55 – 65	5	60	300
	$\sum f_i$ = 80		$\sum f_i x_i$ = 2830

ప్రత్యక్షపద్ధతి ద్వారా సగటు $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

పౌనపున్యాల మొత్తం $= \sum f_i = 80$

$\sum f_i x_i = 2830$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$\bar{x} = \frac{2830}{80} = \frac{283}{8}$$

సగటు $\bar{x}$ = 35.375

ఈ క్రింది దత్తంశానికి బాహుళకం కనుగొనుము

కార్ల సంఖ్య	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60	60 – 70	70 – 80
పౌనపున్యం	7	14	13	12	20	11	15	8

మధ్యగతము

మధ్యగతము నిర్వచనం , అవర్గీకృత దత్తాంశం మరియు వర్గీకృత దత్తాంశం కు మధ్యగతము కనుగొనుట

For video click blue color link
https://youtu.be/C8yVGe4Erbo
https://youtu.be/GOXhAC70Wa4

దత్తాంశంలోని రాశులను ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో రాసినప్పుడు మధ్యమ రాశి విలువను మధ్యగతము అంటారు.

ఇది దత్తాంశమును రెండు సమభాగములుగా విభజిస్తుంది

n బేసి సంఖ్య అయిన , మధ్యగతము $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{th}$ వ రాశి విలువ

n సరి సంఖ్య అయిన , మధ్యగతము $= \frac{n}{2}$ వ మరియు $\left(\frac{n}{2} + 1\right)$ వ రాశుల సరాసరి

ఈ క్రింది దత్తాంశమునకు మధ్యగతము కనుగొనుము

3, 7, 4.2, 2, 1.5, 12, 9, 10

ఇచ్చిన రాశులు
3, 7, 4.2 , 2, 1.5, 12, 9, 10
ఆరోహణ క్రమంలో రాయగా
1.5, 2, 3, 4.2, 7, 9 , 10, 12
రాశుల సంఖ్య = 8 (సరి సంఖ్య)

n సరి సంఖ్య అయిన , మధ్యగతము $\left(\frac{n}{2}\right)^{th}$ మరియు $\left(\frac{n}{2} + 1\right)^{th}$ రాశుల సరాసరి
మధ్యగతము = 4 వ రాశి మరియు 5 వ రాశుల సరాసరి

$$\text{మధ్యగతము} = \frac{4.2 + 7}{2} = \frac{11.2}{2} = 5.6$$

15 మధ్యగతము నిర్వచనం

మొదటి 7 సంయుక్త సంఖ్యల మధ్యగతము కనుగొనుము
మొదటి 7 సంయుక్త సంఖ్యలు
4, 6, 8, 9, 10, 12, 14

రాశుల సంఖ్య = 7 (బేసి సంఖ్య)
n బేసి సంఖ్య అయిన , మధ్యగతము $\left(\frac{n + 1}{2}\right)^{th}$ వ రాశి
మధ్యగతము = 4 వ రాశి
మధ్యగతము = 9

ఈ క్రింది దత్తాంశమునకు మధ్యగతము కనుగొనుము

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{6}{5}$$

ఇచ్చిన రాశులు

$$\frac{2}{3}, \frac{4}{5}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{6}{5}$$

ఆరోహణ క్రమంలో రాయగా

$$\frac{1}{2}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{3}{4}, \quad \frac{4}{5}, \quad \frac{6}{5}$$

రాశుల సంఖ్య = 5 (బేసి సంఖ్య)

n బేసి సంఖ్య అయిన , మధ్యగతము $\left(\frac{n+1}{2}\right)^{th}$ వ రాశి

మధ్యగతము = 3 వ రాశి

$$\text{మధ్యగతము} = \frac{3}{4}$$

Rough work
$\frac{2}{3} = 0.66$
$\frac{4}{5} = 0.8$
$\frac{1}{2} = 0.5$
$\frac{3}{4} = 0.75$
$\frac{6}{5} = 1.2$

N. RAJU S.A. MATHS

https://youtu.be/C8yVGe4Erbo

For video click blue color link

https://youtu.be/C8yVGe4Erbo

మధ్యగతము కనుగొనుట

సాధించిన మార్కులు	20	29	28	33	42	38	43	25
విద్యార్థుల సంఖ్య	6	28	24	15	2	4	1	20

మార్కులను ఆరోహణ క్రమంలో అమర్చి పౌన పున్య పట్టికను తయారు చేయాలి

సాధించిన మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య	సంచిత పౌన పున్యం
20	6	6
25	20	6 + 20 = 26
28	24	26 + 24 = 50
29	28	50 + 28 = 78
33	15	78 + 15 = 93
38	4	93 + 4 = 97
42	2	97 + 2 = 99
43	1	99 + 1 = 100
	$\Sigma f_i = N = 100$	

$N = 100 \Rightarrow \frac{N}{2} = 50$

$N = 100$ (సరి సంఖ్య)

n సరి సంఖ్య అయిన , మధ్యగతము $\left(\frac{n}{2}\right)^{th}$ మరియు $\left(\frac{n}{2}+1\right)^{th}$ రాశుల సరాసరి

మధ్యగతము = 50 మరియు 51 వ రాశుల సరాసరి

మధ్యగతము $= \frac{28+29}{2} = 28.5$

మధ్యగతము కనుగొనుము

For video click blue color link	https://youtu.be/C8yVGe4Erbo	
మార్కులు	విద్యార్థుల సంఖ్య	సంచిత పౌన పున్యం
0 – 10	5	5
10 – 20	3	8
20 – 30	4	12
30 – 40	3	15
40 – 50	3	18
50 – 60	4	22 cf
60 – 70	7 f	29 మధ్యగత తరగతి
70 – 80	9	38
80 – 90	7	45
90 – 100	8	53

15 మధ్యగతము 2

$\frac{n}{2} = \frac{53}{2} = 26.5$

మధ్యగత తరగతి దిగువ హద్దు = l = $\frac{60+60}{2}$ = 60

మధ్యగత తరగతి ముందు తరగతి సంచిత పౌన పున్యం = cf = 22

మధ్యగత తరగతి పౌన పున్యం = f = 7

మధ్యగత తరగతి అంతరం = h = 10

మధ్యగతము $= M = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$

$M = 60 + \left[\frac{26.5-22}{7}\right] \times 10$

$M = 60 + \left[\frac{4.5}{7}\right] \times 10$

$M = 60 + \left[\frac{45}{7}\right]$

మధ్యగతము = 60 + 6.42

మధ్యగతము = 66.42

భారము (కి.గ్రా)	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60	60 – 65	65 – 70	70 – 75
విద్యార్థుల సంఖ్య	2	3	8	6	6	3	2

For video click blue color link https://youtu.be/tauiFqc4-bY

తరగతి అంతరం	విద్యార్థుల సంఖ్య	సంచిత పౌనపున్యం	
40 – 45	2	2	
45 – 50	3	5	
50 – 55	8	13 cf	
55 – 60	6 f	19	మధ్యగత తరగతి
60 – 65	6	25	
65 – 70	3	28	
70 – 75	2	30	
మొత్తం	n = 30		

$\frac{n}{2} = \frac{30}{2} = 15$

మధ్యగత తరగతి దిగువ హద్దు = l = $\frac{55+55}{2}$ = 55

మధ్యగత తరగతి ముందు తరగతి సంచిత పౌన పున్యం = cf = 13

మధ్యగత తరగతి పౌన పున్యం = f = 6

మధ్యగత తరగతి అంతరం = h = 5

మధ్యగతము $= M = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$

$M = 55 + \left[\frac{15-13}{6} \times 5\right]$

$M = 55 + \left[\frac{2}{6} \times 5\right]$

$M = 55 + \left[\frac{10}{6}\right]$

మధ్యగతము = 55 + 1.66

మధ్యగతము = 56.6

ఉదా : 7 ఒక పాఠశాలలోని 10 వ తరగతి బాలికల ఎత్తు గురించి చేసిన సర్వే ఫలితాలు క్రింది పట్టికలో ఇవ్వబడ్డాయి వారి ఎత్తుల మధ్యగతము కనుగొనుము

ఎత్తు (సెం. మీ లలో)	140 కన్నా తక్కువ	145 కన్నా తక్కువ	150 కన్నా తక్కువ	155 కన్నా తక్కువ	160 కన్నా తక్కువ	165 కన్నా తక్కువ
బాలికల సంఖ్య	4	11	29	40	46	51

For video click blue color link https://youtu.be/MIbZvW3EUmg

ఎత్తు (సెం. మీ లలో)	బాలికల సంఖ్య	సంచిత పౌన పున్యం
140 కన్నా తక్కువ	4	4
140 – 145	7	11 cf
145 – 150	18 f	29 మధ్యగత తరగతి
150 – 155	11	40
155 – 160	6	46
160 – 165	5	51
	N = 51	

18 మధ్యగతము ఉదా 7

$\frac{n}{2} = \frac{51}{2} = 25.5$

మధ్యగత తరగతి దిగువ హద్దు = l = $\frac{145+145}{2}$ = 145

మధ్యగత తరగతి ముందు తరగతి సంచిత పౌన పున్యం = cf = 11

మధ్యగత తరగతి యొక్క పౌన పున్యం = f = 18

మధ్యగత తరగతి అంతరం = h = 5

మధ్యగతము $= M = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right] \times h$

$M = 145 + \left[\frac{25.5-11}{18} \times 5\right]$

$M = 145 + \left[\frac{14.5}{18} \times 5\right]$

$M = 145 + \left[\frac{72.5}{18}\right]$

మధ్యగతము = 145 + 4.027

మధ్యగతము = 149.027

N. RAJU S.A. MATHS

క్రింది దత్తాంశము యొక్క మధ్యగతం 525 మరియు దత్తంశంలోని రాశుల మొత్తం 100 అయిన x మరియు y విలువలను కనుగొనుము

CI	0-100	100-200	200-300	300-400	400-500	500-600	600-700	700-800	800-900	900-1000
Fr	2	5	X	12	17	20	Y	9	7	4

For video click blue color link https://youtu.be/oVz3qAVMMhA

తరగతి అంతరం	పౌనఃపున్యం	సంచిత పౌన పున్యం
0 – 100	2	2
100 – 200	5	7
200 – 300	x	$7 + x$
300 – 400	12	$19 + x$
400 – 500	17	$36 + x$
500 – 600	20	$56 + x$ మధ్యగత తరగతి
600 – 700	y	$56 + x + y$
700 – 800	9	$65 + x + y$
800 – 900	7	$72 + x + y$
900 – 1000	4	$76 + x + y$
	$n = 76 + x + y$	

మధ్యగతం 525 కావున 500 – 600 అనేది మధ్యగత తరగతి అగును

దత్తంశంలోని రాశుల మొత్తం 100

$76 + x + y = 100$

$x + y = 100 - 76 = 24 \ldots (1)$

మధ్యగత తరగతి దిగువ హద్దు = l = 500

మధ్యగత తరగతి ముందు తరగతి సంచిత పౌన పున్యం = cf = 36 + x

మధ్యగత తరగతి యొక్క పౌన పున్యం = f = 20

మధ్యగత తరగతి అంతరం = h = 100

మధ్యగతము = $M = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times h\right]$

$$525 = 500 + \left[\frac{50 - (36 + x)}{20} \times 100\right]$$

$$525 - 500 = \left[\frac{50 - 36 - x}{20} \times 100\right]$$

$$25 = [(14 - x) \times 5]$$

$$25 = 70 - 5x$$

$$5x = 70 - 25$$

$5x = 45$ అయిన $x = \frac{45}{5} = 9$

$x + y = 24$ కావున

సమీ (1) నుండి $x + y = 24$

$y = 24 - 9 = 15$

$x = 9, y = 15$

20 మధ్యగతము 525

మధ్యగతము కనుగొనుము.

రోజు వారి జీతం	100-150	150-200	200-250	250-300	300-350	350-400
కార్మికుల సంఖ్య	4	3	3	8	13	9

For video click blue color link https://youtu.be/g0QyEK962i4

రోజు వారి జీతం	కార్మికుల సంఖ్య	సంచిత పౌన పున్యం
100-150	4	4
150-200	3	7
200-250	3	10
250-300	8	18 (cf)
300-350	13 f	31
350-400	9	40
	$\Sigma f_i = n = 40$	

$$\frac{n}{2} = \frac{40}{2} = 20$$

మధ్యగత తరగతి దిగువ హద్దు = l = $\frac{300 + 300}{2}$ = 300

మధ్యగత తరగతి ముందు తరగతి సంచిత పౌన పున్యం = cf = 18

మధ్యగత తరగతి యొక్క పౌన పున్యం = f = 13

మధ్యగత తరగతి అంతరం = h = 50

మధ్యగతము = $M = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times h\right]$

$$M = 300 + \left[\frac{20 - 18}{13} \times 50\right]$$

$$M = 300 + \left[\frac{2}{13} \times 50\right]$$

$$M = 300 + \left[\frac{100}{13}\right]$$

మధ్యగతము = 300 + 7.69

మధ్యగతము = 307.69

14.3 pro:1 **ఈ క్రింది దత్తంశానికి మధ్యగతం కనుగోనండి**

నెలసరి వినియోగం	65 – 85	85 – 105	105 – 125	125 – 145	145 – 165	165 – 185	185 – 205
వినియోగదారుల సంఖ్య	4	5	13	20	14	8	4

నెలసరి వినయోగం	వినియోగదారుల సంఖ్య	సంచిత పౌనపున్యం	
65-85	4	4	
85-105	5	9	
105-125	13	22 (cf)	
125-145	20 f	42	మధ్యగత తరగతి
145-165	14	56	
165-185	8	64	
185-205	4	68	
	n= 68		

$$\frac{n}{2} = \frac{68}{2} = 34$$

మధ్యగతము $M = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times h\right]$

మధ్యగత తరగతి దిగువ హద్దు = $l = \frac{125+125}{2} = 125$

పౌనఃపున్యముల మొత్తం $n = 68$

మధ్యగత తరగతి ముందు తరగతి సంచిత పౌనఃపున్యం = $cf = 22$

మధ్యగత తరగతి పౌనఃపున్యం = $f = 20$

తరగతి అంతరం = $h = 20$

$$M = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times h\right]$$

$$M = 125 + \left[\frac{34 - 22}{20} \times 20\right]$$

$$M = 125 + (12)$$

$$M = 137$$

∴ మధ్యగతము $M = 137$

క్రింది పట్టికలో ఇవ్వబడిన 60 రాశుల మధ్యగతం 28.5 అయిన x మరియు y విలువలను కనుగొనుము

తరగతి అంతరం	0 – 10	10 – 20	20 – 30	30 – 40	40 – 50	50 – 60
పౌనఃపున్యం	5	x	20	15	y	5

For video click blue color link	https://youtu.be/BQXWML58pmY	
తరగతి అంతరం	పౌనఃపున్యం	సంచిత పౌన పున్యం
0-10	5	5
10-20	X	$5 + x$ (cf)
20-30	20 (f)	$25 + x$
30-40	15	$40 + x$
40-50	Y	$40 + x + y$
50-60	5	$45 + x + y$
	$n = 45 + x + y$	

మధ్యగతం 28.5 కావున 20 – 30 అనేది మధ్యగత తరగతి అగును

దత్తంశంలోని రాశుల మొత్తం 60

$45 + x + y = 60$

$x + y = 60 - 45 = 15$ ... ... (1)

మధ్యగత తరగతి దిగువ హద్దు = l = 20

మధ్యగత తరగతి ముందు తరగతి సంచిత పౌన పున్యం = cf = 5 + x

మధ్యగత తరగతి యొక్క పౌన పున్యం = f = 20

మధ్యగత తరగతి అంతరం = h = 10

మధ్యగతము = $M = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times h\right]$

$$28.5 = 20 + \left[\frac{30 - (5 + x)}{20} \times 10\right]$$

$$28.5 - 20 = \left[\frac{30 - 5 - x}{2}\right]$$

$$8.5 = \left[\frac{25 - x}{2}\right]$$

$$17 = 25 - x$$

$$x = 25 - 17 = 8$$

$x + y = 15$ కావున

$$8 + y = 15$$

$$y = 15 - 8 = 7$$

$$x = 8, y = 7$$

60 రాశులు మధ్యగతము 28.5

ఈ క్రింది దత్తంశానికి బాహుళకం ,సగటు మరియు మధ్యగతం కనుకోండి

అక్షరాల సంఖ్య	1 – 4	4 – 7	7 – 10	10 – 13	13 – 16	16 – 19
ఇంటి పేర్ల సంఖ్య	6	30	40	16	4	4

మధ్యగతం

అక్షరాల సంఖ్య	ఇంటిపేర్ల సంఖ్య	సంచిత పౌనపున్యం	
1 – 4	6	6	
4 – 7	30	36 (cf)	
7 – 10	40 (f)	76	మధ్యగత తరగతి
10 – 13	16	92	
13 – 16	4	96	
16 – 19	4	100	
	$n = 100$		

బాహుళకం ,సగటు

అక్షరాల సంఖ్య	ఇంటి పెర్ల సంఖ్య	తరగతది మధ్యవిలువ	
1 – 4	6	2.5	15.0
4 – 7	30 f_0	5.5	185.0
7 – 10	40 f_1	8.5	340.0
10 – 13	16 f_2	11.5	184.0
13 – 16	4	14.5	58.0
16 – 19	4	17.5	70.0
	$n = 100$	$\sum f_i x_i = 852.0$	

$$\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$$

మధ్యగతము $M = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times h\right]$

మధ్యగత తరగతి దిగువ హద్దు $= l = \frac{7+7}{2} = 7$

పౌనఃపున్యముల మొత్తం $n = 100$

$cf = 36, \quad f = 4, h = 3$

$$M = 7 + \left[\frac{50 - 36}{40} \times 3\right]$$

$$M = 7 + \left[\frac{14}{40} \times 3\right]$$

$$M = 7 + \left[\frac{42}{40}\right]$$

$$M = 7 + \frac{4.2}{4}$$

$$M = 7 + 1.05 = 8.05$$

పత్యక్షపద్ధతి ద్వారా సగటు $\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$

పౌనపున్యాల మొత్తం $= \sum f_i = 100$

$$\sum f_i x_i = 852$$

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i}$$

$$\bar{x} = \frac{852}{100} = 8.52$$

$$\bar{x} = 8.52$$

బాహుళకం

$$z = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h\right)$$

$l = 7, h = 3$

$$z = 7 + \left(\frac{40 - 30}{2(40) - 30 - 16} \times 3\right)$$

$$z = 7 + \left(\frac{10}{80 - 46} \times 3\right)$$

$$z = 7 + \left(\frac{30}{34}\right)$$

$$z = 7 + 0.88$$

$$z = 7.88$$

ఈ క్రింది పట్టికలో 30 విద్యార్థుల బరువులు ఇవ్వబడినవి . వారి బరువుల మధ్యగతము కనుక్కొండి.

బరువు (కి.గ్రా)	40 – 45	45 – 50	50 – 55	55 – 60	60 – 65	65 – 70	70 – 75
విద్యార్థుల సంఖ్య	2	3	8	6	6	3	2

ఈ క్రింది దత్తంశానికి మధ్యగతం కనుగోనండి

ఆకు పొడవు(మి. మి	118 – 126	127 – 135	136 – 144	145 – 153	154 – 162	163 – 171	172 – 180
ఆకుల సంఖ్య	3	5	9	12	5	4	2

ఈ క్రింది దత్తంశానికి మధ్యగతం కనుగోనండి

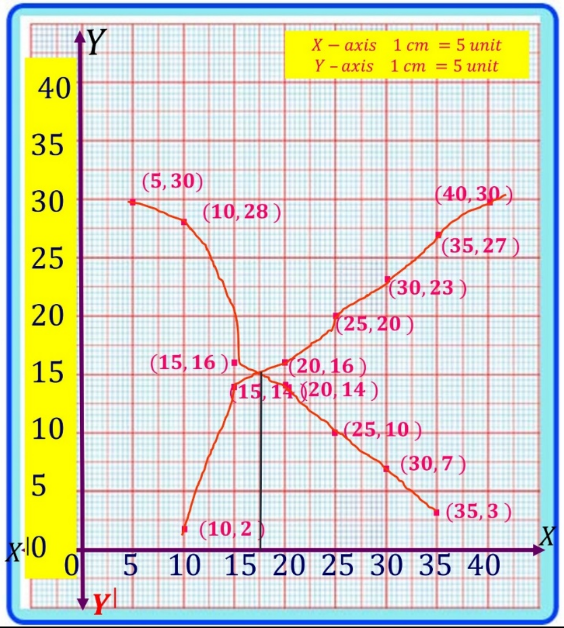
జీవితకాలం (గంటలలో)	1500 – 2000	2000 – 2500	2500 – 3000	3000 – 3500	3500 – 4000	4000 – 4500	4500 – 5000
బల్బుల సంఖ్య	14	56	60	86	74	62	48

ఈ క్రింది దత్తంశమునకు ఓజీవ్ వక్రాలు గీయండి

తరగతి	5 – 10	10 – 15	15 – 20	20 – 25	25 – 30	30-35	35-40
అంగళ్ళ సంఖ్య	2	12	2	4	3	4	3

తరగతి	అంగళ్ళ సంఖ్య	ఎగువ హద్దు	ఆరోహణ సంచితా పౌనపున్యము	(x, y)
5 – 10	2	10	2	(10, 2)
10 – 15	12	15	14	(15, 14)
15 – 20	2	20	16	(20, 16)
20 – 25	4	25	20	(25, 20)
25 – 30	3	30	23	(30, 23)
30 – 35	4	35	27	(35, 27)
35 – 40	3	40	30	(40, 30)

For video click blue color link https://youtu.be/gfnvSDqW8mY



ఆరోహణ సంచితా పౌనపున్య వక్రము మరియు
అవరోహణ సంచిత పౌనపున్య వక్రము
"0" వద్ద ఖండించుకున్నవి

0 నుండి X – అక్షానికి లంబంగా గీసిన రేఖ
17.5 వద్ద ఖండించుకున్నది

మధ్యగతం = 17.5

22 ఆరోహణ ఒజీవ్ వక్రం

21 ఆరోహణ , అవరోహణ ఒజీవ్ వక్రం

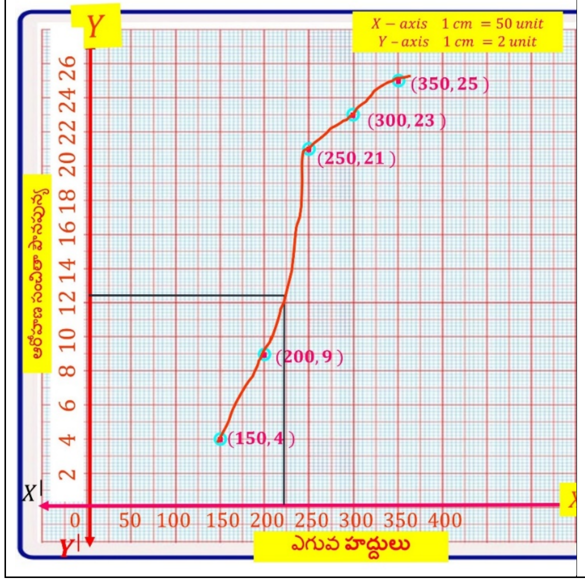
March 2015 25 కుటుంబల దినసరి ఖర్చు ఈ క్రింది పట్టికలో ఇవ్వబడినది.

దినసరి ఖర్చు (రూ)	100-150	150-200	200-250	250 -300	300 - 350
కుటుంబాల సంఖ్య	4	5	12	2	2

దత్తాంశమునకు ఆరోహణ సంచితా పౌనపున్య వక్రము తయారు చేసి ఒజీవ్ వక్రము గీయండి

దినసరి ఖర్చు (రూ)	కుటుంబాల సంఖ్య	ఎగువ హద్దు	ఆరోహణ సంచితా పౌనపున్యము	(x, y)
100-150	4	150	4	(150, 4)
150-200	5	200	9	(200, 9)
200-250	12	250	21	(250, 21)
250-300	2	300	23	(300, 23)
300-350	2	350	25	(350, 25)

For video click blue color link https://youtu.be/frMIl43bS3I



Y – అక్షం నకు లంబంగా(0, 12.5) బిందువు
నుండి గీసిన రేఖ
ఆరోహణ సంచితా పౌనపున్య వక్రం ను (220, 12.5)
వద్ద ఖండించుకున్నది
మధ్యగతం 220

సంఖ్యా వ్యవస్థ

సహజ సంఖ్యలు : లెక్కించడానికి ఉపయోగించే సంఖ్యలను సహజ సంఖ్యలు

పూర్ణాంకాలు : లెక్కించే సంఖ్యలకు '0' తో చేర్చి వ్రాస్తే పూర్ణాంకాలు అంటారు

పూర్ణ సంఖ్యలు : అన్ని లెక్కించే సంఖ్యలు, వాటి ఋణాత్మక సంఖ్యలు మరియు 0 ఇవన్నీ పూర్ణ సంఖ్యలు అవుతాయి

- అకరణీయ సంఖ్యలు : $\frac{p}{q}$ $p, q \in Z, q \neq 0$ రూపంలో గల సంఖ్యలను అకరణీయ సంఖ్యలు అంటారు

కరణీయ సంఖ్యలు : అంతం కాని ఆవర్తనం కాని దశాంశ సంఖ్యలను భిన్న రూపం లో రాయలేము ఇట్టి సంఖ్యలను కరణీయ సంఖ్యలు అంటారు

వాస్తవ సంఖ్య సమితి అకరణీయ సంఖ్యలు మరియు కరణీయ సంఖ్యలు అన్ని కలిసియున్న సమితిని వాస్తవ సంఖ్యా సమితి అంటారు .

వాస్తవ సంఖ్యా సమితి **R** చే సూచిస్తాం

ప్రధాన సంఖ్యలు : ఒక సంఖ్యకు రెండు కారణాంకాలు మాత్రమె ఉంటె అ సంఖ్యలను ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.

2, 3, 5, 7, 11, 13,17,19,23,29,31,37,41,43,47,53,59,61,67,71,73,79,83,89,97

సంయుక్త సంఖ్యలు: – ఒక సంఖ్యకు మూడు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు ఉంటె అ సంఖ్యలను సంయుక్త సంఖ్యలు అంటారు.

4,6,8,9,10,12,14,15,16,18,20,21,22,24,25,26,27,28,30,32,33,34,35,36,38,39,40,42,44,45

సరి సంఖ్యలు : 2 చే నిశ్శేషంగా భాగించబడే సంఖ్యలను సరి సంఖ్యలు అంటారు.

ఒక సంఖ్య యొక్క ఒకట్ల స్థానంలో 2 లేదా 4 లేదా 6 లేదా 8 లేదా 0 గల సహజ సంఖ్యలు సరి సంఖ్యలు అంటారు

- **2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50**

బేసి సంఖ్యలు : 2 చే భాగించగా శేషం 1 వచ్చే సంఖ్యలను బేసి సంఖ్యలు అంటారు.

- ఒక సంఖ్య యొక్క ఒకట్ల స్థానంలో 1 లేదా 3 లేదా 5 లేదా 7 లేదా 9 గల సహజ సంఖ్యలు బేసి సంఖ్యలు అంటారు.
- 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33,...

యూక్లిడ్ భాగాహార న్యాయం: –

- $a = bq + r, 0 \leq r < b$ అయ్యే విధంగా a మరియు b ల జతకు అనుగుణంగా q మరియు rలు

  ఏకైక పూర్ణ సంఖ్యలు వ్యవస్థితం అవుతాయి

- యూక్లిడ్ భాగాహార న్యాయం ఉపయోగించి రెండు ధన పూర్ణ సంఖ్యల గ. సా. భా కనుగొనవచ్చును

సంవర్గమాన న్యాయాలు

$a^x = N$ అయిన $\log_a N = x,\ a > 0,\ a \neq 1$

$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$ $\quad$ $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ $\quad$ $\log_a x^n = n \log_a x$

$\log_{a^n} x^m = \frac{m}{n} \log_a x$ $\quad$, $\log_a a = 1\ (a \neq 0,1)$, $\quad$ $\log_a 1 = 0\ (a \neq 0)$

$(a)^{\log_a N} = N$ $\quad$ $\log_b a = \frac{\log a}{\log b} = \frac{\log_x a}{\log_x b} = \frac{\log_b x}{\log_a x}$

3. బహుపదులు

- రేఖీయ బహుపది యొక్కసాధారణ రూపం $P(x) = ax + b$; $\quad a, b, \in R,\ a \neq 0$
- వర్గ బహుపది యొక్క సాధారణ రూపం $P(x) = ax^2 + bx + c$, $\quad a, b, c \in R,\ a \neq 0$
- ఘన బహుపది యొక్క సాధారణ రూపం $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $\quad a, b, c, d \in R,\ a \neq 0$
- శూన్యాల మొత్తం $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$
  - శూన్యాల లబ్ధం $= \alpha\beta = \frac{c}{a}$
- α, β శూన్యాలు గల వర్గ బహుపది $P(x) = k(x - \alpha)(x - \beta)$ $\quad k[x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha.\beta]$
- α, β, γ శూన్యాలు గల ఘన బహుపది $ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ $a, b, c, d \in R$
- శూన్యాల మొత్తం $= \alpha + \beta + \gamma = \frac{-b}{a}$,
  - $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$
  - శూన్యాల లబ్ధం $= \alpha\beta\gamma = \frac{-d}{a}$

ఘాతాంక న్యాయాలు

$a^0 = 1\ (a \in R,\ a \neq 0)$

$a^m a^n = a^{m+n}\ (m, n \in Z)$

$$\frac{a^m}{a^n} = \begin{cases} a^{m-n} & m > n, \quad (m, n \in Z \\ 1 & m = n \\ \frac{1}{a^{n-m}} & m < n\ (m, n \in Z) \end{cases}$$

$(a^m)^n = a^{mn}$ $\quad (a \in R)$

$(ab)^m = a^m b^m$ $\quad (m, n \in Z)$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}\ (n \in Z)$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $\quad (n \in N,\ a \in R\ a \neq 0)$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}\ (n \in w, b \neq 0)$

బీజగణిత సర్వ సమీకరణాలు

$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

$(a + b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$
$= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a - b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$
$= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$

$(a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$
$= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$If\ a + b + c = 0\ then\ a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$

కరణుల న్యాయాలు

$\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ $\quad$ $\sqrt[n]{a} . \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ $\quad$ $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$ $\quad$ $\sqrt[n]{(a)^p} = a^{\frac{p}{n}}$ $\quad$ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = a^{\frac{1}{mn}}$

$0^0 = not\ defined$ $\quad$ *any number division by 0 (zero) is not defined.*

4. రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణాల జత

- రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణము సాధారణ రూపము $ax + by + c = 0,\ a, b, c \in R,\ a^2 + b^2 \neq 0$
- రెండు చరరాశులలో రేఖీయ సమీకరణమునకు గీసిన గ్రాఫ్ ఒక సరళరేఖ
- ఈ రేఖపై గల వాస్తవసంఖ్య క్రమ యుగ్మము (x, y) లచే సూచించబడే బిందువుల సమీకరణానికి సాధనలు మరియు
- ఈ రేఖపై లేని వాస్తవ సంఖ్య క్రమయుగ్మాలచే సుచించబడే బిందువులు సాధనాలు కావు.
- ఒక తలంలో రెండు రేఖలు ఉంటె ఆ రెండు రేఖల మధ్య ఈ క్రింది సంబంధాలు కలవు

1. ఆ రెండు రేఖలు ఒక బిందువు వద్ద ఖండించుకోవచ్చును
2. ఆ రెండు రేఖలు ఖండించుకోకపోవచ్చును . అనగా ఆ రేఖలు సమాంతరాలు అగును.
3. ఆ రెండు రేఖలు ఏకీభవించవచ్చును

చరరాశుల గుణకాల నిష్పత్తి	రేఖా చిత్రం ప్రదర్శన	సాధనాల సంఖ్య	
$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	ఖండన రేఖలు	ఏకైక సాధన	సంగత రేఖీయ సమీకరణాలు
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	సమాంతర రేఖలు	సాధన ఉండదు	అసంగత సమీకరణాలు
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	ఏకీభవించే రేఖలు	అనంత సాధనలు	సంగత రేఖీయ సమీకరణాలు మరియు పరస్పరాధారిత సమీకరణాలు

N. RAJU S.A. MATHS

5. వర్గసమీకరణాలు

a, b, c లు వాస్తవ సంఖ్యలై $a \neq 0$ అయిన $ax^2 + bx + c = 0$ ను x లోవర్గ సమీకరణం అంటారు

$ax^2 + bx + c = 0$ వర్గ సమీకరణం యొక్క సాధనాలు $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

మూలాల మొత్తం $= \alpha + \beta = \frac{-b}{a}$

మూలాల లబ్ధం $= \alpha\beta = \frac{c}{a}$

$b^2 - 4ac$ అనేది $ax^2 + bx + c = 0$ కు వాస్తవ మూలాలు ఉన్నాయో లేదో నిర్ణయించుటకు తోడ్పడుతుంది కనుక దీనిని వర్గ సమీకరణం యొక్క విచక్షణి అంటారు

అనగా $ax^2 + bx + c = 0$ వర్గ సమీకరణం

- $b^2 - 4ac > 0$ అయిన రెండు వేరువేరు వాస్తవ మూలాలను కలిగి ఉంటుంది
- $b^2 - 4ac = 0$ అయిన రెండు సమాన వాస్తవ మూలాలను కలిగి ఉంటుంది , $\alpha = \beta = \frac{-b}{2a}$
- $b^2 - 4ac < 0$ అయిన వాస్తవ మూలాలను కలిగి ఉండదు
- α, β లు మూలాలు గల వర్గ సమీకరణం $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$

7. నిరూపక రేఖాగణితం

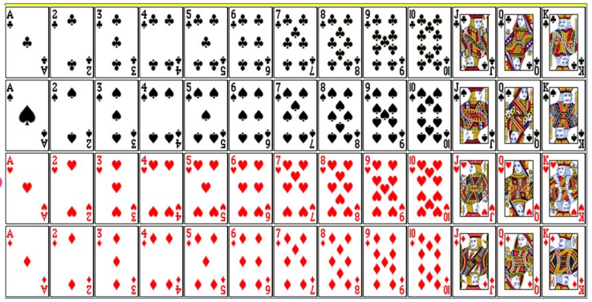
- x − అక్షంపై ఉన్న రెండు బిందువుల దూరం $= |x_2 - x_1| = |x_1 - x_2|$
- y − అక్షంపై ఉన్న రెండు బిందువుల దూరం $= |y_2 - y_1| = |y_1 - y_2|$
- మూల బిందువు నుండి A బిందువుకు దూరం $= OA = \sqrt{(x)^2 + (y)^2}$
- రెండు బిందువుల మధ్య దూరం $= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- విభజన సూత్రం $= \left(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2}\right)$
- రెండు బిందువుల మధ్య బిందువు $= \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$
- త్రిభుజం యొక్క గురుత్వ కేంద్రం $G = \left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$

సంభావ్యత

$$\text{ఒక ఘటన } E \text{ యొక్క సంభావ్యత} = P(E) = \frac{\text{ఒక ఘటన } E \text{ కు అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య}}{\text{ప్రయోగంలో సాధ్యపడు మొత్తం పర్యవసానాల సంఖ్య}}$$

పేక ముక్కలు ఒక కట్టలో 52 కార్డులు ఉంటాయి. నలుపు 26 , ఎరుపు 26 కార్డులు ఉంటాయి.
ఒక్కొక్క విభాగంలో 13 కార్డులు ఉండేటట్లు 4 విభాగాలు ఉంటాయి

ఆ విభాగాల గుర్తులు
నలుపు కళావరులు ,
నలుపు స్పేడ్ లు ,
ఎరుపు అఠీను గుర్తులు
మరియు
ఎరుపు డైమండులు



ఒక్కొక్క విభాగంలో ఎస్ (A), 2,3, 4, 5, 6, 7,8 , 9, 10, జాకీ (J), రాణి(Q), రాజు(K),
గుర్తించబడిన 13 కార్డులు ఉంటాయి .

రాజు(K), రాణి(Q), జాకీ (J), కార్డులను ముఖ కార్డులు అంటారు

14. సాంఖ్యకశాస్త్రం

అవర్గీకృత దత్తాంశంలోని రాశుల మొత్తాన్ని రాశుల సంఖ్య చే భాగించగా వచ్చే విలువల మొత్తాన్ని సగటు లేదా సరాసరి అంటారు .
దీనిని $\bar{x}$ సూచిస్తారు .

అంక మధ్యమము $= \bar{x} = \frac{\text{రాశుల మొత్తం}}{\text{రాశుల సంఖ్య}} = \frac{\sum x}{n}$

సగటు $= \bar{x} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + \cdots + f_{n}x_n}{f_1 + f_2 + \cdots + f_n} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{\sum f_i x_i}{N}$

ప్రత్యక్ష పద్ధతిన సగటు	ఊహించిన సగటు పద్ధతిన సగటు
సగటు $= \bar{x} = \frac{\Sigma f_i x_i}{\Sigma f_i}$	సగటు $= \bar{x} = a + \frac{\Sigma f_i d_i}{\Sigma f_i}$
x_i = i వ తరగతి మధ్య విలువ	a = తరగతి మధ్య విలువల నుండి ప్రతిపాదించబడిన ఒక విలువ
f_i = i వ తరగతిపౌనః పున్యం	Σf_i = పౌనః పున్యంల మొత్తం
Σf_i = పౌనః పున్యంల మొత్తం	$d_i = x_i - a$ విచలనం

సంక్షిప్త విచలన పద్ధతిన సగటు

సగటు $= \bar{x} = a + \left[\frac{\Sigma f_i u_i}{\Sigma f_i} \times h\right]$

a = తరగతి మధ్య విలువల నుండి ప్రతిపాదించబడిన ఒక విలువ
Σf_i = పౌనః పున్యంల మొత్తం
$d_i = x_i - a$ విచలనం
$u_i = \frac{x_i - a}{h}$
h = తరగతి అంతరం = తరగతి పొడవు

వర్గీకృత దత్తాంశమునకు మధ్యగతము

మధ్యగతము $= M = l + \left[\frac{\frac{n}{2} - cf}{f} \times h\right]$

l = మధ్యగత తరగతి దిగువ హద్దు
n = దత్తాంశంలోని రాశుల సంఖ్య
cf = మధ్యగత తరగతి ముందు తరగతి సంచిత పౌన పున్యం
f = మధ్యగత తరగతి పౌన పున్యం
h = మధ్యగత తరగతి అంతరం

వర్గీకృత పౌన్య పున్య విభాజన పట్టిక నందు గరిష్ట పౌన్య పున్యం ఉన్న తరగతిని బాహుళక తరగతి అంటారు

బాహుళకము $= Z = l + \left[\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2} \times h\right]$

l = బాహుళక తరగతి దిగువ హద్దు
f_0 = బాహుళక తరగతికి ముందున్న తరగతి యొక్క పౌన్య పున్యం
f_1 = బాహుళక తరగతి యొక్క పౌన్య పున్యం
f_2 = బాహుళక తరగతికి తరువాత తరగతి యొక్క పౌన్య పున్యం
h = తరగతి అంతరం

10 త్రికోణమితి

$Sin\ A = \frac{\angle A \text{ యొక్క ఎదుటి భుజం}}{\text{కర్ణము}} = \frac{BC}{AC}$

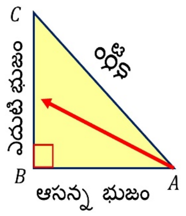
$Cos\ A = \frac{\angle A \text{యొక్క ఆసన్న భుజం}}{\text{కర్ణము}} = \frac{AB}{AC}$

$Tan\ A = \frac{\angle A \text{యొక్క ఎదుటి భుజం}}{\angle A \text{యొక్క ఆసన్న భుజం}} = \frac{Sin\ \theta}{Cos\ \theta} = \frac{BC}{AB}$

$Cosec\ A = \frac{1}{Sin\ A} = \frac{\text{కర్ణము}}{\angle A \text{యొక్క ఎదుటి భుజం}} = \frac{AC}{BC}$

$Secent\ A = \frac{1}{Cos\ A} = \frac{\text{కర్ణము}}{\angle A \text{యొక్క ఆసన్న భుజం}} = \frac{AC}{AB}$

$Cot\ A = \frac{1}{tan\ A} = \frac{Cos\ A}{Sin\ A} = \frac{\angle A \text{యొక్క ఆసన్న భుజం}}{\angle A \text{యొక్క ఎదుటి భుజం}} = \frac{AB}{BC}$



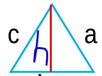
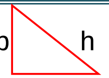
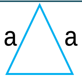
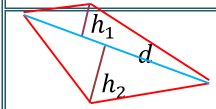
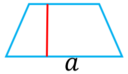
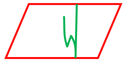
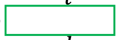
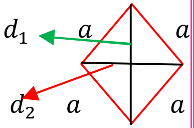
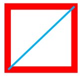
$Sin(90 - A) = Cos\ A$ $Cos(90 - A) = Sin\ A$
$Tan(90 - A) = Cot\ A$ $Cot(90 - A) = Tan\ A$
$Sec(90 - A) = Cosec\ A$ $Cosec(90 - A) = Sec\ A$

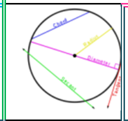
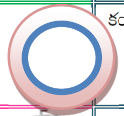
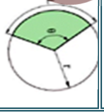
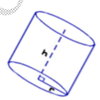
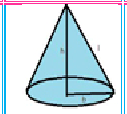
$Sin^2\theta + Cos^2\theta = 1 \Rightarrow Sin^2\theta = 1 - Cos^2\theta$
$Sec^2\theta - Tan^2\theta = 1 \Rightarrow sec^2\theta = 1 + tan^2\theta$
$Cosec^2\theta - Cot^2\theta = 1 \Rightarrow Cosec^2\theta = 1 + Cot^2\theta$

θ	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0
$Sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞
$cosec\theta$	∞	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	1
$sec\theta$	1	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2	∞
$cot\theta$	∞	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

N. RAJU S.A. MATHS

My youtube channel : Naiki Raju e learning academy subscribe my channel my website : satveeracademy.com My blog: Rajumaths .blogspot.com

	పేరు	చుట్టుకొలత C	వైశాల్యం
	త్రిభుజం భుజాల పొడవులు a, b, c ఎత్తు h అర్ధ చుట్టుకొలత s	$C = a + b + c$ $s = \frac{a + b + c}{2}$	$= \frac{1}{2} \times$ భూమి $\times$ ఎత్తు $= \frac{1}{2}bh$ $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
	లంబకోణ త్రిభుజం కర్ణం h భుజాల పొడవులు a, b, h	$C = a + b + h$ $h = \sqrt{a^2 + b^2}$	$A = \frac{1}{2}ab$
	లంబకోణ సమద్విబాహు త్రిభుజం కర్ణం h భుజాల పొడవులు a, a, h	$C = 2a + h$ $h = \sqrt{2}\,a$	$A = \frac{1}{2}a^2$
	సమద్విబాహు త్రిభుజం భుజాల పొడవులు a, a, b	$C = 2a + b$	$A = \frac{b}{4}\sqrt{4a^2 - b^2}$
	సమబాహు త్రిభుజం భుజం పొడవు a సమబాహు త్రిభుజం ఎత్తు h	$C = 3a$ ఎత్తు $h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$	$A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{h^2}{\sqrt{3}}$
	చతుర్భుజం కర్ణం d కర్ణం మీదకు గీసిన లంబాలు h_1, h_2	భుజాల పొడవులు p, q, r, s $C = p + q + r + s$	$A = \frac{1}{2}d(h_1 + h_2)$
	సమలంబ చతుర్భుజం సమాంతర భుజాల పొడవులు a, b ఎత్తు h, మిగిలిన భుజాల పొడవులు c, d	$C = a + b + c + d$	$A = \frac{1}{2}h(a + b)$
	సమాంతర చతుర్భుజం	$C = 2(l + b)$	$A = b.h$
	దీర్ఘచతురస్రం పొడవు l వెడల్పు b కర్ణం d	$C = 2(l + b)$ $d = \sqrt{l^2 + b^2}$	$A = l.b$
	సమచతుర్భుజం(రాంబస్) కర్ణాలు d_1, d_2 భుజం పొడవు a	$C = 4a$ $a = \frac{1}{2}\sqrt{{d_1}^2 + {d_2}^2}$	$A = \frac{1}{2}d_1 d_2$
	చతురస్రం భుజం పొడవు a కర్ణం d	$C = 4a$ కర్ణం $d = \sqrt{2}\,a$	$A = a^2 = \frac{d^2}{2}$

	వృత్త వ్యాసం $d = 2r$ వృత్త పరిధి (వృత్త పొడవు) $= 2\pi r = \pi d = \frac{44}{7}r = \frac{22}{7}d$	వృత్త వైశాల్యం $= A = \pi r^2$ $= \pi\frac{d^2}{4} = \frac{22}{7}r^2 = \frac{11}{14}d^2$
	అర్ధవృత్త వ్యాసార్ధం r అయిన అర్ధవృత్త వ్యాసం $d = 2r$	అర్ధవృత్త పరిధి (వృత్త పొడవు) $= r(\pi + 2) = \frac{36r}{7} = \frac{36}{14}d$ అర్ధవృత్త వైశాల్యం $= \frac{1}{2}\pi r^2$
	కంకణం వైశాల్యం = రెండు వృత్త వైశ్యాలాల బేధం $= \pi (R^2 - r^2)$ $= \pi (R + r)(R - r)$	**N. RAJU** M.Sc.,B.Ed. **S.A. MATHEMATICS** **G.M.B.H.S.MBNR**
	సెక్టార్ కేంద్రం దగ్గర ఏర్పరిచే కోణం x^0, చాపం పొడవు l చాపం పొడవు $l = \frac{x^0}{360^0} 2\pi r$	సెక్టార్ చుట్టుకొలత $= l + 2r$ సెక్టార్ వైశ్యాలం $A = \frac{x^0}{360^0} \pi r^2 = \frac{1}{2} l r$
క్రమ పట్టకం ప్రక్క తలాల సంఖ్య = పట్టకం భూమి భుజాల సంఖ్య క్రమ పట్టకం మొత్తం తలాల సంఖ్య = ప్రక్క తలాల సంఖ్య + 2 = పట్టకం భుజాల సంఖ్య + 2 క్రమ పట్టకం అంచుల సంఖ్య = పట్టక భూమి భుజాల సంఖ్య × 3 క్రమ పట్టకం అంచుల పొడవుల మొత్తం = భూజాల సంఖ్య × ఎత్తు + భూమి చుట్టుకొలతకు రెట్టింపు		పట్టకం ప్రక్కతల వైశాల్యం = భూపరిధి × ఎత్తు $A = ph$ పట్టకం సంపూర్ణతల వైశాల్యం = పట్టకం ప్రక్కతల వైశాల్యం + 2 × భూ వైశ్యాలం పట్టకం ఘనపరిమాణం = భూవైశ్యాలం × ఎత్తు
	ఘన భుజం 'a' అయితే ఘనం భూ వైశ్యాలం $= a^2$ చ. యూ ఘనం ప్రక్కతల వైశ్యాలం $= 4a^2$ చ. యూ	ఘనం సంపూర్ణతల వైశ్యాలం $= 6a^2$ చ. యూ ఘనం ఘనపరిమాణం $V = a^3$ ఘ. యూ
	దీర్ఘఘనం పొడవు 'l', వెడల్పు 'b', ఎత్తు 'h' అయిన దీర్ఘఘనం భూ వైశ్యాలం $= lb$ చ. యూ దీర్ఘఘనం ప్రక్కతల వైశ్యాలం $= 2h(l + b)$ చ. యూ దీర్ఘఘనం సంపూర్ణతల వైశ్యాలం $= 2(lb + bh + lh)$ చ. యూ	దీర్ఘఘనం ఘనపరిమాణం $= lbh$ ఘ.యూ దీర్ఘఘనం కర్ణం పొడవు $= \sqrt{l^2 + b^2 + h^2}$ గది నాలుగు గోడల వైశ్యాలం $= 2h(l + b)$ చ. యూ
	స్థూపం భూవ్యాసార్థం 'r' ఎత్తు 'h' అయిన స్థూపం భూ చుట్టుకొలత $= 2\pi r$ స్థూపం ప్రక్కతల(వక్రతల వైశాల్యం) వైశ్యాలం $= 2\pi rh$ స్థూపం భూ వైశ్యాలం $= \pi r^2$ చ. యూ	స్థూపం సంపూర్ణతల వైశ్యాలం $= 2\pi r(h + r)$ చ. యూ స్థూపం ఘనపరిమాణం $= \pi r^2 h$ ఘ.యూ గుల్ల స్థూపం ఘనపరిమాణం $= \pi(R^2 - r^2)h$ $= \pi(R + r)(R - r)h$ ఘ.యూ
	శంకువు భూవ్యాసార్థం 'r' శంకువు నిలువుటెత్తు 'h' ఏటవాలు ఎత్తు 'l' $l = \sqrt{r^2 + h^2}$ శంకువు భూ వైశ్యాలం $= \pi r^2$ చ. యూ	శంకువు ప్రక్కతల వైశ్యాలం $= \pi rl$ చ. యూ శంకువు సంపూర్ణతల వైశ్యాలం $= \pi r(l + r)$ చ. యూ శంకువు ఘనపరిమాణం $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ ఘ.యూ
	r వ్యాసార్థం గల గోళము ఉపరితల వైశాల్యం $A = 4\pi r^2 = \pi d^2$ చ. యూ గోళము ఘనపరిమాణం $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ఘ.యూ	పిరమిడ్ ప్రక్కతల వైశాల్యము $= \frac{1}{2} \times$ భూపరిధి $\times$ ఏటవాలు ఎత్తు పిరమిడ్ ఘనపరిమాణం $= \frac{1}{3} \times$ భూవైశాల్యము $\times$ ఎత్తు తూము గుండా గంటకు ప్రవహించు నీటి ఘనపరిమాణం = తూము ముఖవైశాల్యం × గంటక ప్రవహించు నీటి ఘనపరిమాణం
	అర్ధగోళ ఉపరితల వైశాల్యం $A = \frac{1}{2} 4\pi r^2 = 2\pi r^2$ చ. యూ అర్ధగోళ సంపూర్ణతల వైశ్యాలం $= 3\pi r^2$ అర్ధ గోళము ఘనపరిమాణం $V = \frac{2}{3}\pi r^3$ ఘ.యూ	**గిన్నె ఆకారంలో ఉన్న గుల్ల అర్ధగోళం** వెలుపలి వ్యాసార్థం R, లోపలి వ్యాసార్థం r సంపూర్ణతల వైశాల్యం $= \pi(3R^2 + r^2)$ ఘనపరిమాణం $V = \frac{2}{3}\pi(R^3 - r^3)$

గణిత శాస్త్రవేత నేడు కనుగొన్న విషయాన్ని మిగిలిన వారు రేపు కనుగొంటారు.....**ఆర్యభట్ట** **సంఖ్యలే విశ్వశాసన కర్తలు........పైథాగరస్** *Remember to learn from your mistakes*

Learning gives creativity, Creativity leads thinking , Thinking provides knowledge , Knowledge makes great ....**Abdul Kalam**